

Rechnerstrukturen, Teil 1

Vorlesung 4 SWS WS 14/15

Prof. Dr Jian-Jia Chen

Dr. Lars Hildebrand

Fakultät für Informatik – Technische Universität Dortmund

lars.hildebrand@tu-dortmund.de

<http://ls1-www.cs.tu-dortmund.de>

Übersicht

1. Organisatorisches ✓
2. Einleitung ✓
3. Repräsentation von Daten ✓
4. Boolesche Funktionen und Schaltnetze ✓
5. Rechnerarithmetik ✓
6. Optimierung von Schaltnetzen ✓
7. Programmierbare Bausteine ✓
- 8. Synchroner Schaltwerke**

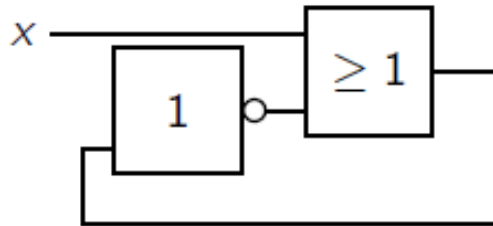
8. Synchrone Schaltwerke

8. Synchrone Schaltwerke

1. Einleitung
2. Bistabile Kippstufe
3. Automaten
4. Synchrone Schaltwerke
5. Serienaddierwerke
6. Speicher & Schieberegister
7. Takt

8.1 Einleitung

Sequenzielle Schaltungen

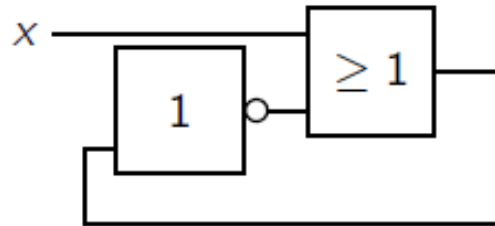


Beobachtung

- Das ist **kein** Schaltnetz.
- Es ist eine "baubare" Schaltung.
- Was passiert in dieser Schaltung?

8.1 Einleitung

Eine konkrete sequenzielle Schaltung

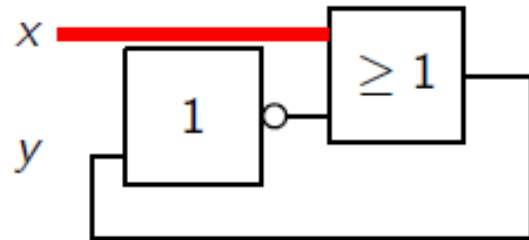


Was passiert in dieser Schaltung?

x	y	$x \vee \bar{y}$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

8.1 Einleitung

Eine konkrete sequenzielle Schaltung

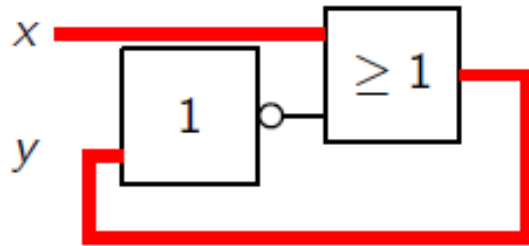


Was passiert in dieser Schaltung?

x	y	$x \vee \bar{y}$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

8.1 Einleitung

Eine konkrete sequenzielle Schaltung

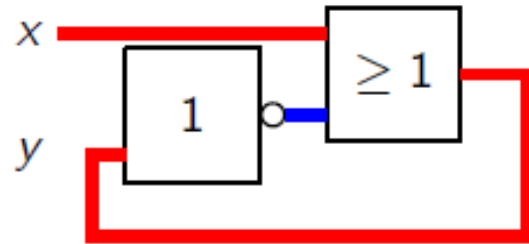


Was passiert in dieser Schaltung?

x	y	$x \vee \bar{y}$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

8.1 Einleitung

Eine konkrete sequenzielle Schaltung

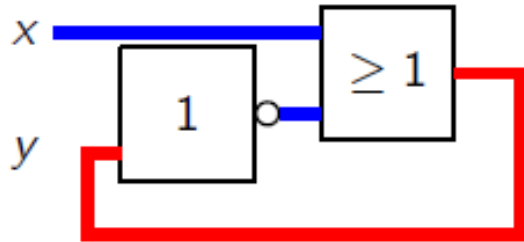


Was passiert in dieser Schaltung? Offensichtlich stabil.

x	y	$x \vee \bar{y}$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

8.1 Einleitung

Eine konkrete sequenzielle Schaltung

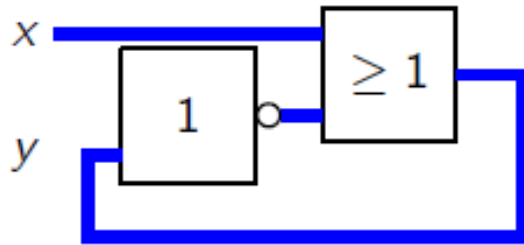


Was passiert in dieser Schaltung?

x	y	$x \vee \bar{y}$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

8.1 Einleitung

Eine konkrete sequenzielle Schaltung

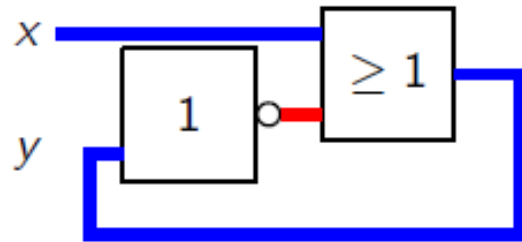


Was passiert in dieser Schaltung?

x	y	$x \vee \bar{y}$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

8.1 Einleitung

Eine konkrete sequenzielle Schaltung

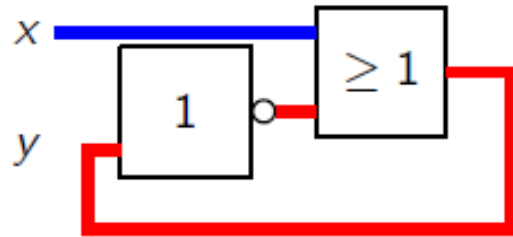


Was passiert in dieser Schaltung?

x	y	$x \vee \bar{y}$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

8.1 Einleitung

Eine konkrete sequenzielle Schaltung

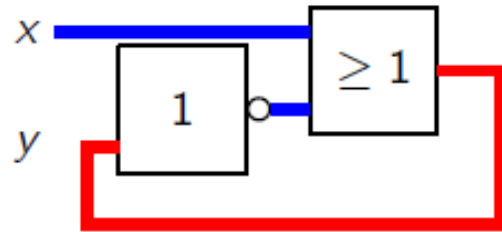


Was passiert in dieser Schaltung?

x	y	$x \vee \bar{y}$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

8.1 Einleitung

Eine konkrete sequenzielle Schaltung

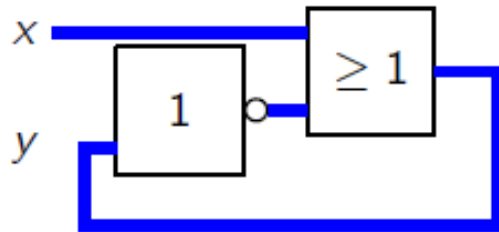


Was passiert in dieser Schaltung?

x	y	$x \vee \bar{y}$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

8.1 Einleitung

Eine konkrete sequenzielle Schaltung

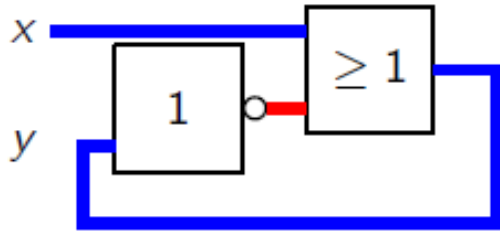


Was passiert in dieser Schaltung?

x	y	$x \vee \bar{y}$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

8.1 Einleitung

Eine konkrete sequenzielle Schaltung



Was passiert in dieser Schaltung?

x	y	$x \vee \bar{y}$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Beobachtung

und immer so weiter...

natürlich

in der Realität viel schneller

darum heißt die Schaltung

Flimmerschaltung

8.1 Einleitung

Bewertung des Effekts

Unkontrolliertes Flimmern ist sehr **unschön**.

Also Kreise konsequent verbieten?

Wozu können Kreise gut sein?

Beobachtung Ausgänge werden zu Eingaben. . .

etwas anders Man kann schon Berechnetes noch einmal "sehen".

Einsicht Das realisiert so etwas wie **Speicher**.

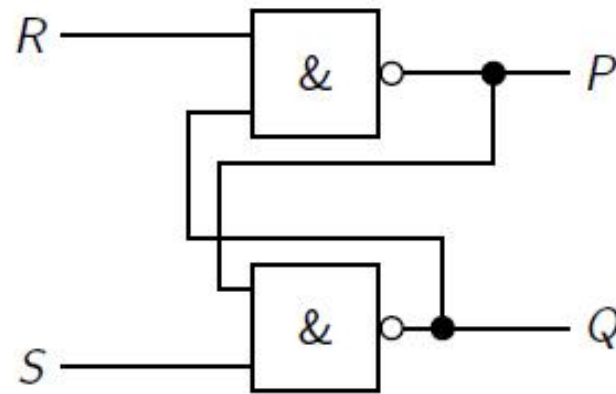
8. Synchrone Schaltwerke

8. Synchrone Schaltwerke

1. Einleitung ✓
2. **Bistabile Kippstufe**
3. Automaten
4. Synchrone Schaltwerke
5. Serienaddierwerke
6. Speicher & Schieberegister
7. Takt

8.2 Bistabile Kippstufe

Ein zweites Beispiel

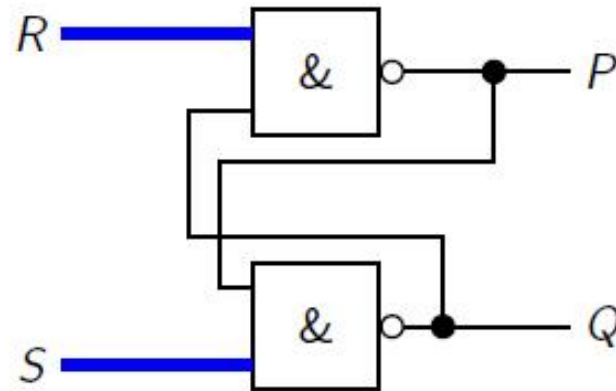


x	y	\overline{xy}
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0				
0	1				
1	0				
1	1				

8.2 Bistabile Kippstufe

Ein zweites Beispiel

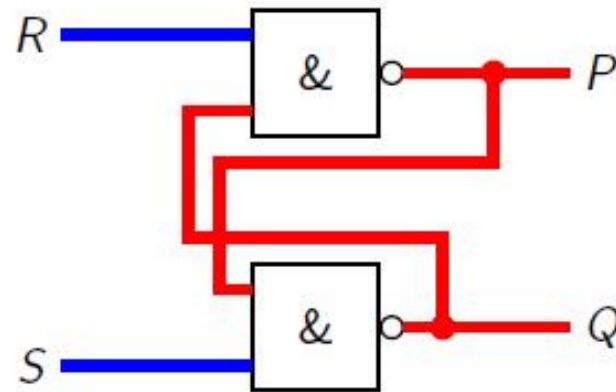


x	y	\overline{xy}
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0				
0	1				
1	0				
1	1				

8.2 Bistabile Kippstufe

Ein zweites Beispiel

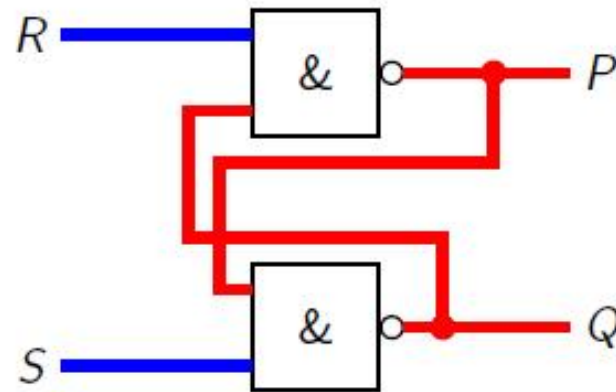


x	y	\overline{xy}
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1		
0	1				
1	0				
1	1				

8.2 Bistabile Kippstufe

Ein zweites Beispiel

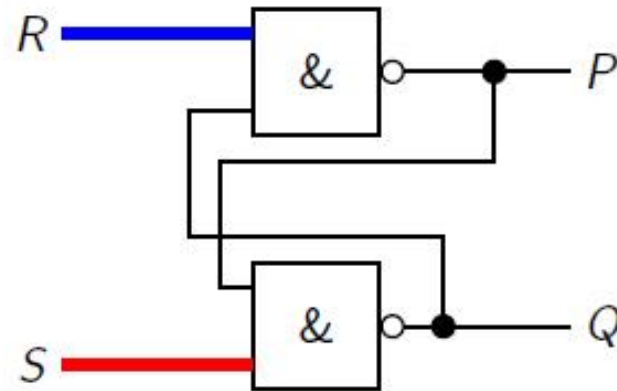


x	y	\overline{xy}
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1				
1	0				
1	1				

8.2 Bistabile Kippstufe

Ein zweites Beispiel

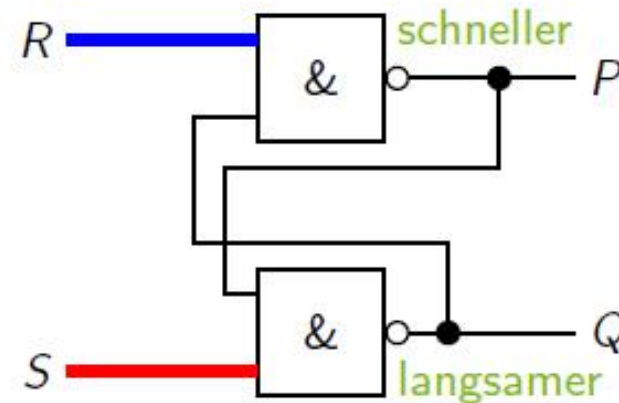


x	y	\overline{xy}
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1				
1	0				
1	1				

8.2 Bistabile Kippstufe

Ein zweites Beispiel

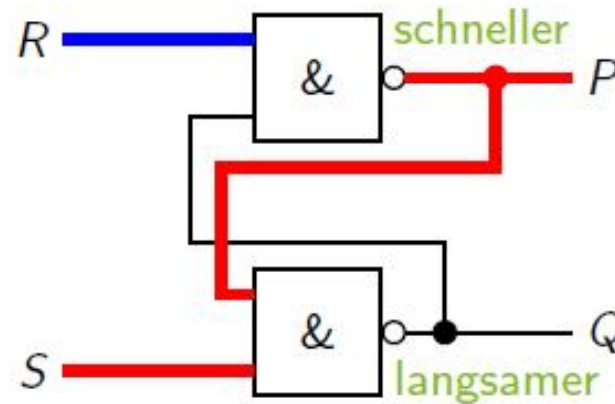


x	y	\overline{xy}
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1				
1	0				
1	1				

8.2 Bistabile Kippstufe

Ein zweites Beispiel

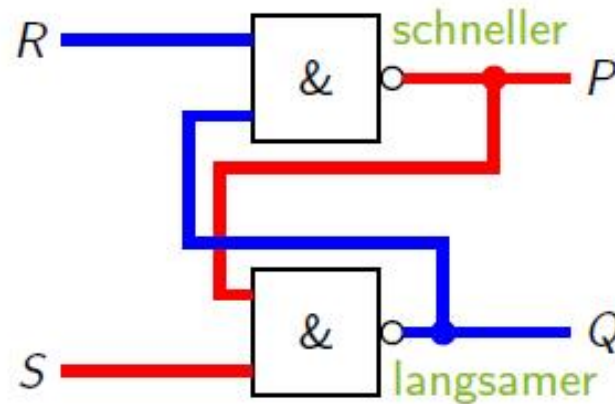


x	y	\overline{xy}
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1				
1	0				
1	1				

8.2 Bistabile Kippstufe

Ein zweites Beispiel

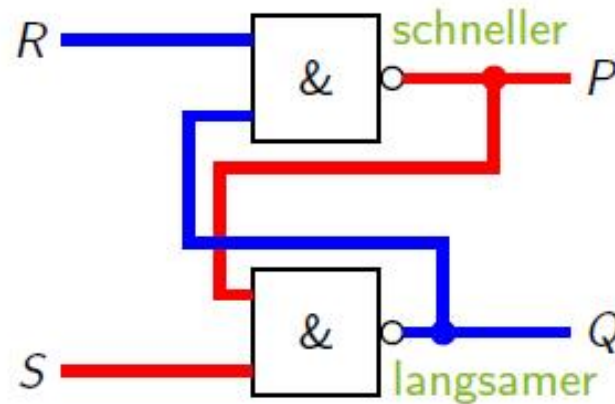


x	y	\overline{xy}
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0		
1	0				
1	1				

8.2 Bistabile Kippstufe

Ein zweites Beispiel

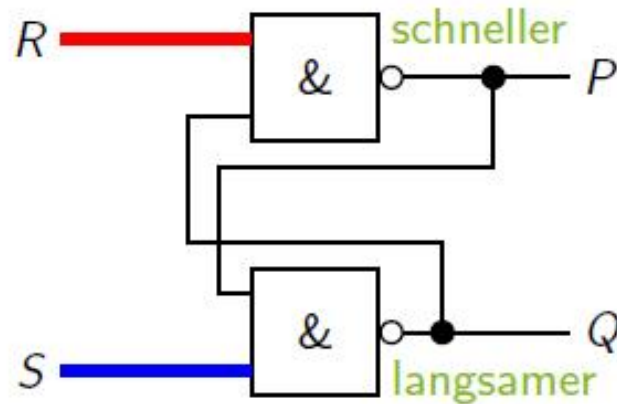


x	y	\overline{xy}
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0				
1	1				

8.2 Bistabile Kippstufe

Ein zweites Beispiel

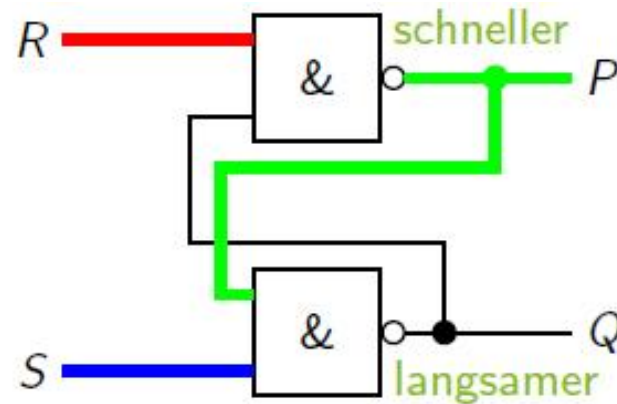


x	y	\overline{xy}
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0				
1	1				

8.2 Bistabile Kippstufe

Ein zweites Beispiel

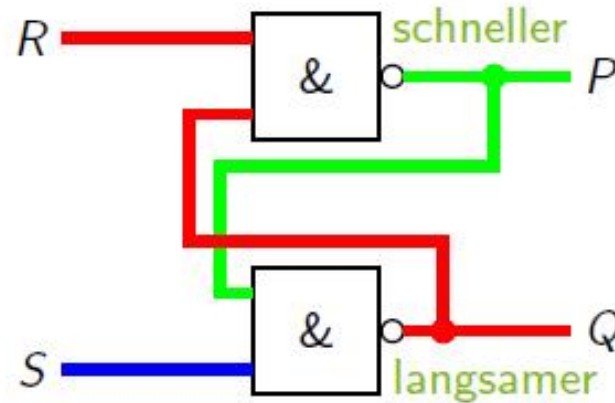


x	y	\overline{xy}
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0				
1	1				

8.2 Bistabile Kippstufe

Ein zweites Beispiel

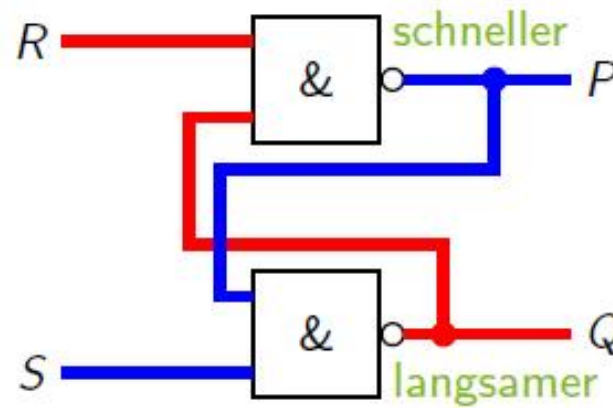


x	y	\overline{xy}
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	$\overline{Q_t}$	1		
1	1				

8.2 Bistabile Kippstufe

Ein zweites Beispiel

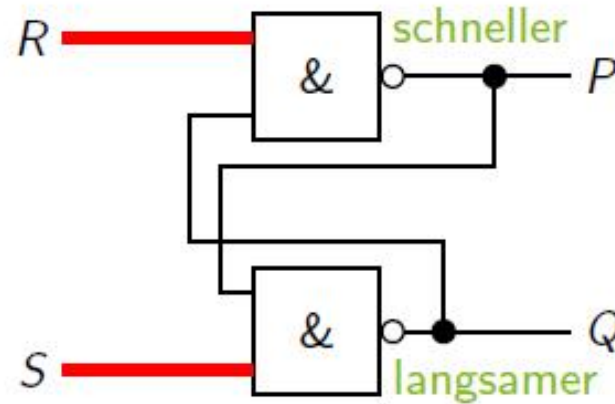


x	y	\overline{xy}
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	$\overline{Q_t}$	1	0	1
1	1				

8.2 Bistabile Kippstufe

Ein zweites Beispiel

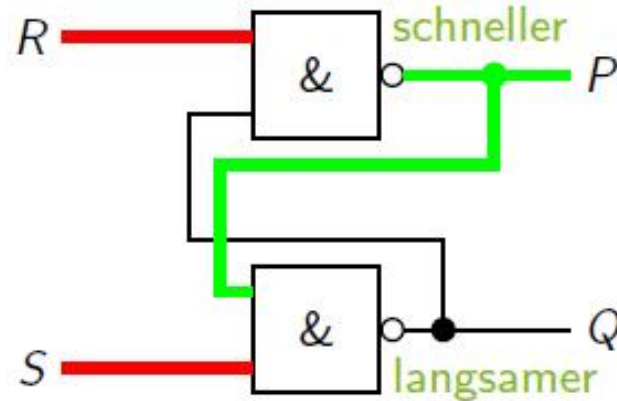


x	y	\overline{xy}
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	$\overline{Q_t}$	1	0	1
1	1				

8.2 Bistabile Kippstufe

Ein zweites Beispiel

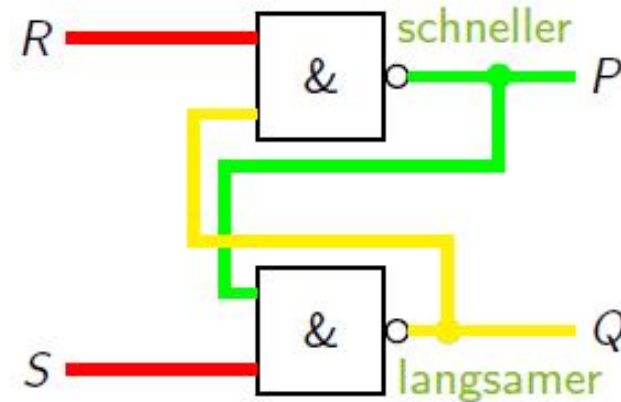


x	y	\overline{xy}
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	$\overline{Q_t}$	1	0	1
1	1				

8.2 Bistabile Kippstufe

Ein zweites Beispiel

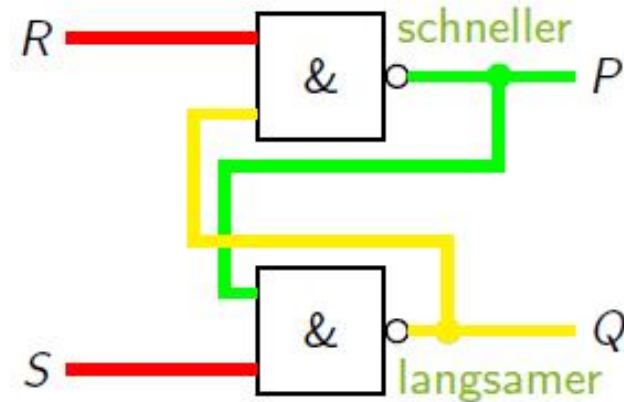


x	y	\overline{xy}
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	$\overline{Q_t}$	1	0	1
1	1	$\overline{Q_t}$	$\overline{Q_t}$		

8.2 Bistabile Kippstufe

Ein zweites Beispiel

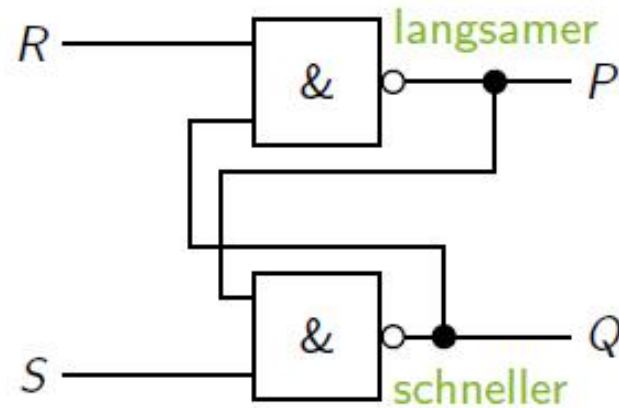


x	y	\overline{xy}
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	$\overline{Q_t}$	1	0	1
1	1	$\overline{Q_t}$	$\overline{Q_t}$	$\overline{Q_t}$	Q_t

8.2 Bistabile Kippstufe

Ein zweites Beispiel

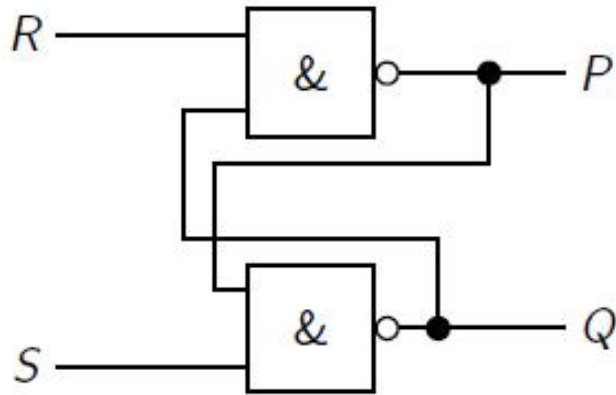


x	y	\overline{xy}
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	\overline{P}_t	1	0
1	0	0	1	0	1
1	1	P_t	\overline{P}_t	P_t	\overline{P}_t

8.2 Bistabile Kippstufe

Bi-stabile NAND-Kippstufe



Anmerkung

heißt auch Latch

positiv kippt, flimmert nicht

negativ Verhalten hängt von Schaltzeiten der beiden Gatter ab

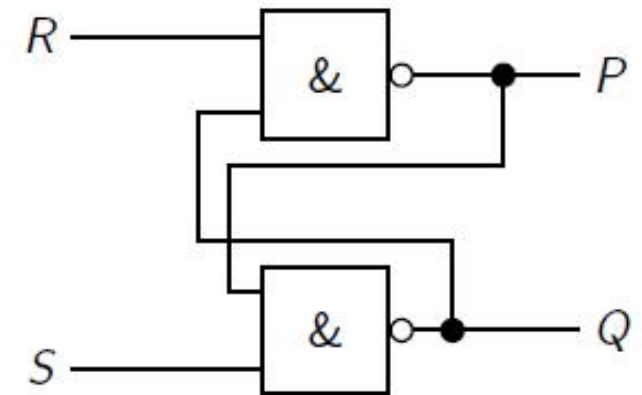
genauer beobachtet Verhalten hängt **manchmal**
von Schaltzeiten der beiden Gatter ab

8.2 Bistabile Kippstufe

Analyse der bi-stabilen NAND-Kippstufe

1. Fall oberes NAND-Gatter schneller

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	$\overline{Q_t}$	1	0	1
1	1	$\overline{Q_t}$	$\overline{Q_t}$	$\overline{Q_t}$	Q_t

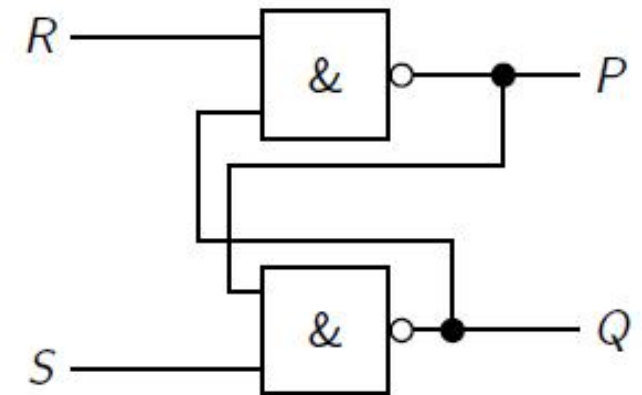


8.2 Bistabile Kippstufe

Analyse der bi-stabilen NAND-Kippstufe

1. Fall oberes NAND-Gatter schneller

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	$\overline{Q_t}$	1	0	1
1	1	$\overline{Q_t}$	$\overline{Q_t}$	$\overline{Q_t}$	Q_t



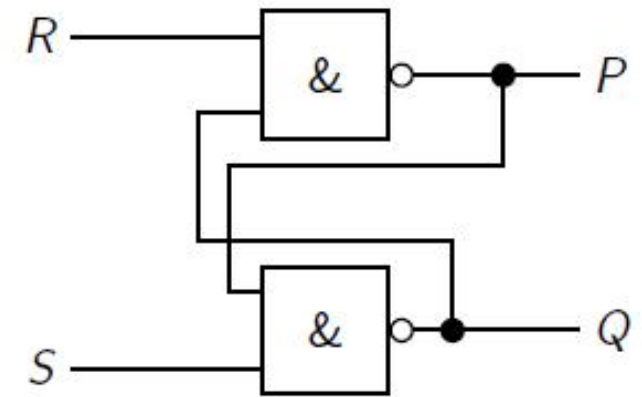
$$P_{t+2\Delta} = \overline{RQ_{t+\Delta}}$$

8.2 Bistabile Kippstufe

Analyse der bi-stabilen NAND-Kippstufe

1. Fall oberes NAND-Gatter schneller

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	$\overline{Q_t}$	1	0	1
1	1	$\overline{Q_t}$	$\overline{Q_t}$	$\overline{Q_t}$	Q_t



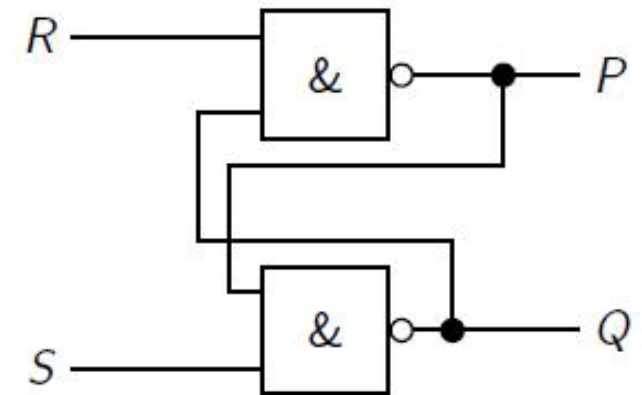
$$\begin{aligned}P_{t+2\Delta} &= \overline{RQ_{t+\Delta}} = \overline{R} \vee \overline{Q_{t+\Delta}} = \overline{R} \vee \overline{\overline{SP_{t+\Delta}}} = \overline{R} \vee SP_{t+\Delta} \\ &= \overline{R} \vee S\overline{RQ_{t+\Delta}} = \overline{R} \vee S(\overline{R} \vee \overline{Q_t}) = \overline{R} \vee S\overline{R} \vee S\overline{Q_t} \\ &= \overline{R} \vee S\overline{Q_t}\end{aligned}$$

8.2 Bistabile Kippstufe

Analyse der bi-stabilen NAND-Kippstufe

2. Fall unteres NAND-Gatter schneller

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	\bar{P}_t	1	0
1	0	0	1	0	1
1	1	P_t	\bar{P}_t	P_t	\bar{P}_t

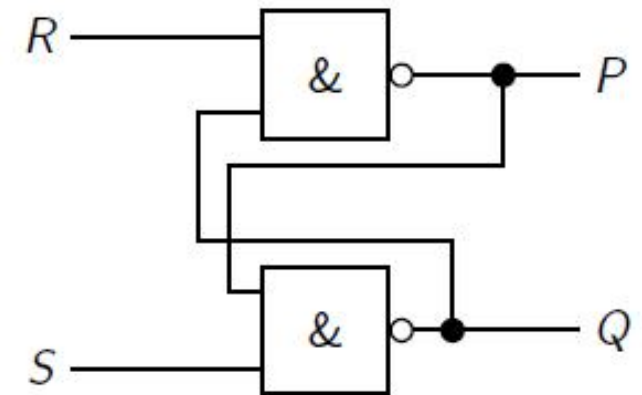


8.2 Bistabile Kippstufe

Analyse der bi-stabilen NAND-Kippstufe

2. Fall unteres NAND-Gatter schneller

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	\bar{P}_t	1	0
1	0	0	1	0	1
1	1	P_t	\bar{P}_t	P_t	\bar{P}_t



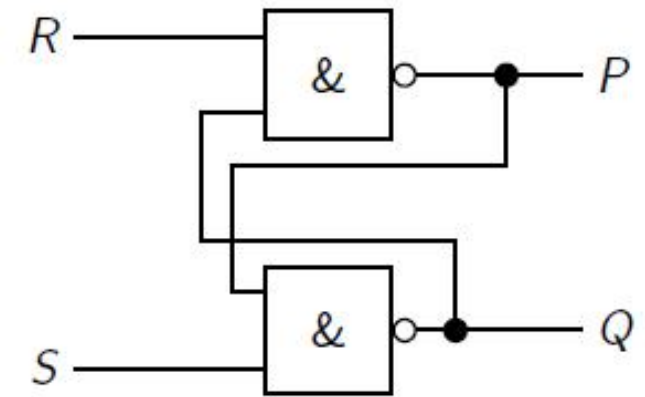
$$P_{t+2\Delta} = \overline{RQ_{t+2\Delta}}$$

8.2 Bistabile Kippstufe

Analyse der bi-stabilen NAND-Kippstufe

2. Fall unteres NAND-Gatter schneller

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	\bar{P}_t	1	0
1	0	0	1	0	1
1	1	P_t	\bar{P}_t	P_t	\bar{P}_t



$$\begin{aligned}
 P_{t+2\Delta} &= \overline{RQ_{t+2\Delta}} = \bar{R} \vee \overline{Q_{t+2\Delta}} = \bar{R} \vee \overline{\overline{SP_{t+\Delta}}} = \bar{R} \vee SP_{t+\Delta} \\
 &= \bar{R} \vee \overline{SRQ_{t+\Delta}} = \bar{R} \vee S(\bar{R} \vee \overline{Q_{t+\Delta}}) = \bar{R} \vee S\bar{R} \vee S\overline{Q_{t+\Delta}} \\
 &= \bar{R} \vee S\overline{Q_{t+\Delta}} = \bar{R} \vee \overline{\overline{SSP_t}} = \bar{R} \vee SSP_t = \bar{R} \vee SP_t
 \end{aligned}$$

8.2 Bistabile Kippstufe

Fazit zum Ausgang P der bi-stabilen NAND-Kippstufe

1. Fall oberes NAND-Gatter schneller

$$P_{t+2\Delta} = \bar{R} \vee S\bar{Q}_t$$

2. Fall unteres NAND-Gatter schneller

$$P_{t+2\Delta} = \bar{R} \vee SP_t$$

Beobachtung Wenn $P_t = \bar{Q}_t$, ist das Verhalten an P_t
stabil, also von den Schaltzeiten der Gatter unabhängig.

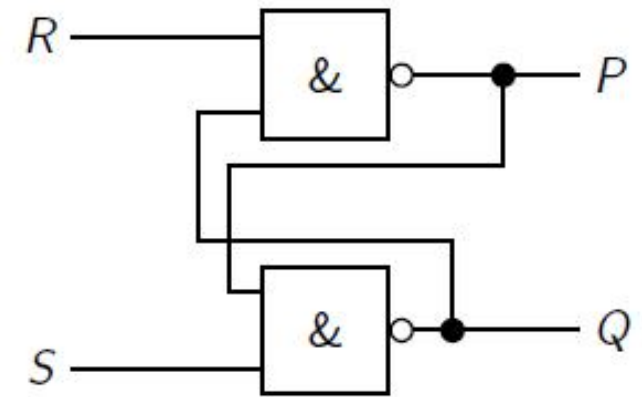
Was ist mit dem anderen Ausgang?

8.2 Bistabile Kippstufe

Analyse der bi-stabilen NAND-Kippstufe

1. Fall oberes NAND-Gatter schneller

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	$\overline{Q_t}$	1	0	1
1	1	$\overline{Q_t}$	$\overline{Q_t}$	$\overline{Q_t}$	Q_t



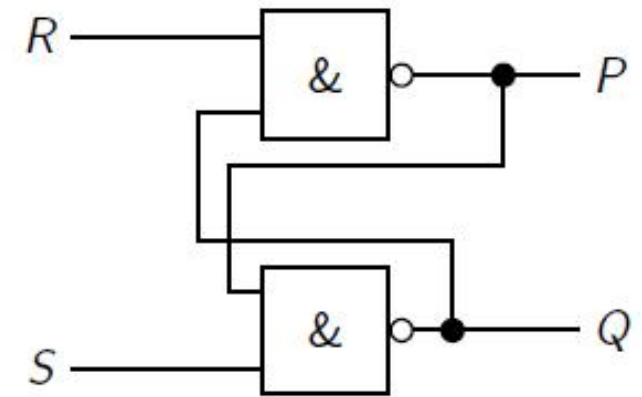
$$\begin{aligned}
 Q_{t+2\Delta} &= \overline{SP_{t+\Delta}} = \overline{S} \vee \overline{P_{t+\Delta}} = \overline{S} \vee \overline{\overline{RQ_{t+\Delta}}} = \overline{S} \vee RQ_{t+\Delta} \\
 &= \overline{S} \vee R\overline{SP_{t+\Delta}} = \overline{S} \vee R(\overline{S} \vee \overline{P_{t+\Delta}}) = \overline{S} \vee R\overline{S} \vee R\overline{P_{t+\Delta}} \\
 &= \overline{S} \vee R\overline{P_{t+\Delta}} = \overline{S} \vee R\overline{\overline{RQ_t}} = \overline{S} \vee RRRQ_t = \overline{S} \vee RQ_t
 \end{aligned}$$

8.2 Bistabile Kippstufe

Analyse der bi-stabilen NAND-Kippstufe

2. Fall unteres NAND-Gatter schneller

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	\bar{P}_t	1	0
1	0	0	1	0	1
1	1	P_t	\bar{P}_t	P_t	\bar{P}_t



$$\begin{aligned} Q_{t+2\Delta} &= \overline{SP_{t+\Delta}} = \bar{S} \vee \overline{P_{t+\Delta}} = \bar{S} \vee \overline{RQ_{t+\Delta}} = \bar{S} \vee RQ_{t+\Delta} \\ &= \bar{S} \vee R\overline{SP_t} = \bar{S} \vee R(\bar{S} \vee \bar{P}_t) = \bar{S} \vee R\bar{S} \vee R\bar{P}_t \\ &= \bar{S} \vee R\bar{P}_t \end{aligned}$$

8.2 Bistabile Kippstufe

Fazit der Analyse der bi-stabilen NAND-Kippstufe

1. Fall oberes NAND-Gatter schneller

$$P_{t+2\Delta} = \bar{R} \vee S\bar{Q}_t$$

$$Q_{t+2\Delta} = S \vee RQ_t$$

2. Fall unteres NAND-Gatter schneller

$$P_{t+2\Delta} = \bar{R} \vee SP_t$$

$$Q_{t+2\Delta} = S \vee R\bar{P}_t$$

also Wenn $Q_t = \bar{P}_t$, so ist das Verhalten

stabil, von den Schaltzeiten der Gatter unabhängig.

also **Forderung** $P_t \neq Q_t$

8.2 Bistabile Kippstufe

Wertetabelle bi-stabile NAND-Kippstufe

R_t	S_t	oberes Gatter schneller		unteres Gatter schneller	
		$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	\bar{P}_t	1	0
1	0	0	1	0	1
1	1	\bar{Q}_t	Q_t	P_t	\bar{P}_t

8.2 Bistabile Kippstufe

Wertetabelle bi-stabile NAND-Kippstufe

R_t	S_t	oberes Gatter schneller		unteres Gatter schneller	
		$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	\bar{P}_t	1	0
1	0	0	1	0	1
1	1	\bar{Q}_t	Q_t	P_t	\bar{P}_t

Beobachtung Wir müssen nur $R = S = 0$ ausschließen.

8.2 Bistabile Kippstufe

Wertetabelle bi-stabile NAND-Kippstufe

R_t	S_t	oberes Gatter schneller		unteres Gatter schneller	
		$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	\bar{P}_t	1	0
1	0	0	1	0	1
1	1	\bar{Q}_t	Q_t	P_t	\bar{P}_t

Beobachtung Wir müssen nur $R = S = 0$ ausschließen.

R_t	S_t	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	P_t	\bar{P}_t

- $(R, S) = (0, 1)$ setzt $P = 1$
- $(R, S) = (1, 0)$ setzt $P = 0$
- $(R, S) = (1, 1)$ lässt P unverändert

Fazit Bi-stabile NAND-Kippstufe realisiert 1-Bit-Speicher!

8.2 Bistabile Kippstufe

Erstes Fazit zu sequenziellen Schaltungen

Bi-stabile NAND-Kippstufe realisiert 1-Bit-Speicher.

Beobachtung

- Kreise in „Schaltnetzen“ manchmal sinnvoll
- neue Funktionalität
- Analyse schwierig

Wunsch strukturierter Entwurf

8. Synchrone Schaltwerke

8. Synchrone Schaltwerke

1. Einleitung ✓
2. Bistabile Kippstufe ✓
3. **Automaten**
4. Synchrone Schaltwerke
5. Serienaddierwerke
6. Speicher & Schieberegister
7. Takt

8.3 Automaten

Automaten

Wunsch formales Modell eines Automaten

Was ist überhaupt ein Automat?

Beispiele

- Getränke-Automat
- einfache Ampelsteuerung
- Steuerung einer Waschmaschine

Gegenbeispiele

- Geldspielautomat (wegen der Zufalls-Komponente)
- Computer (zu komplex)
- Mensch (für uns nicht formal beschreibbar)

8.3 Automaten

Automatenmodell

Grobbeschreibung

- verarbeitet eine Eingabe
- erzeugt eine Ausgabe
- ist in einem Zustand
- arbeitet in Takten
- arbeitet deterministisch (exakt vorhersagbar)

jetzt exakte, formale Beschreibung

8.3 Automaten

Definition Mealy-Automat

Definition

Ein **Mealy-Automat** $M = (Q, q_0, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda)$ ist definiert durch:

- endliche **Zustandsmenge** Q
- **Startzustand** $q_0 \in Q$
- endliches **Eingabealphabet** Σ
- endliches **Ausgabealphabet** Δ
- **Zustandsüberföhrungsfunktion** $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$
- **Ausgabefunktion** $\lambda : Q \times \Sigma \rightarrow \Delta \cup \{\varepsilon\}$

8.3 Automaten

Definition Mealy-Automat

Definition

Ein **Mealy-Automat** $M = (Q, q_0, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda)$ ist definiert durch:

- endliche **Zustandsmenge** Q
- **Startzustand** $q_0 \in Q$
- endliches **Eingabealphabet** Σ
- endliches **Ausgabealphabet** Δ
- **Zustandsüberföhrungsfunktion** $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$
- **Ausgabefunktion** $\lambda : Q \times \Sigma \rightarrow \Delta \cup \{\varepsilon\}$
- In einem **Takt** mit aktuellem Zustand q und Eingabesymbol w
 - **schreibt** der Automat $\lambda(q, w)$,
 - **wechselt** der Automat in den Zustand $\delta(q, w)$.

8.3 Automaten

Beispiel Mealy-Automat

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}, \quad \Sigma = \{0, 1\}, \quad \Delta = \{a, b, c\}$$

aktueller Zustand	Eingabe	Folgezustand	Ausgabe
$q \in Q$	$w \in \Sigma$	$\delta(q, w)$	$\lambda(q, w)$
q_0	0	q_1	a
q_0	1	q_2	b
q_1	0	q_0	c
q_1	1	q_2	b
q_1	0	q_1	a
q_1	1	q_0	c

Eingabe

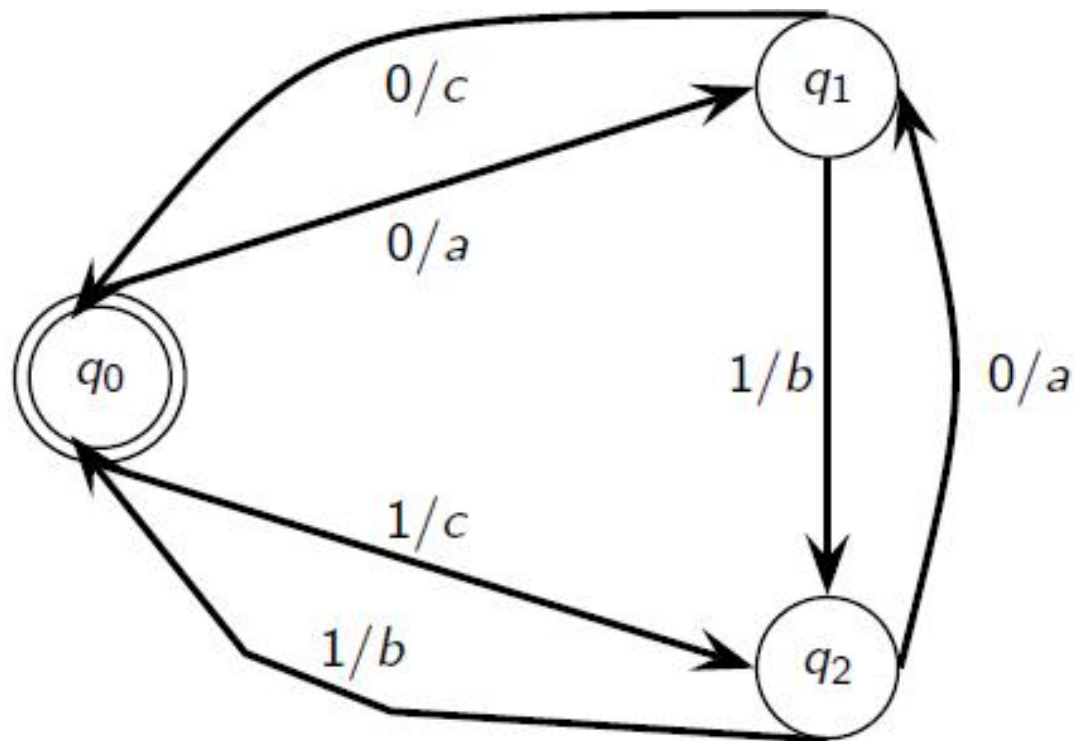
0 1 0 0

Ausgabe

8.3 Automaten

Beispiel Mealy-Automat

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}, \Sigma = \{0, 1\}, \Delta = \{a, b, c\}$$



Eingabe

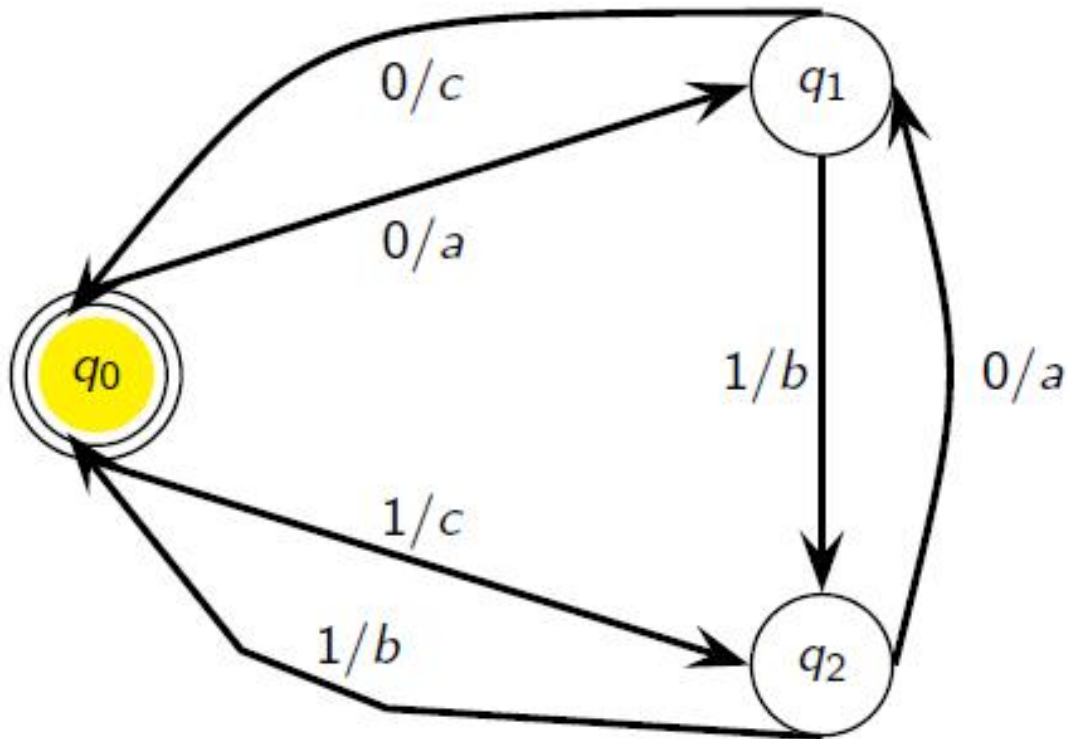
0 1 0 0

Ausgabe

8.3 Automaten

Beispiel Mealy-Automat

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}, \Sigma = \{0, 1\}, \Delta = \{a, b, c\}$$



Eingabe

0 1 0 0

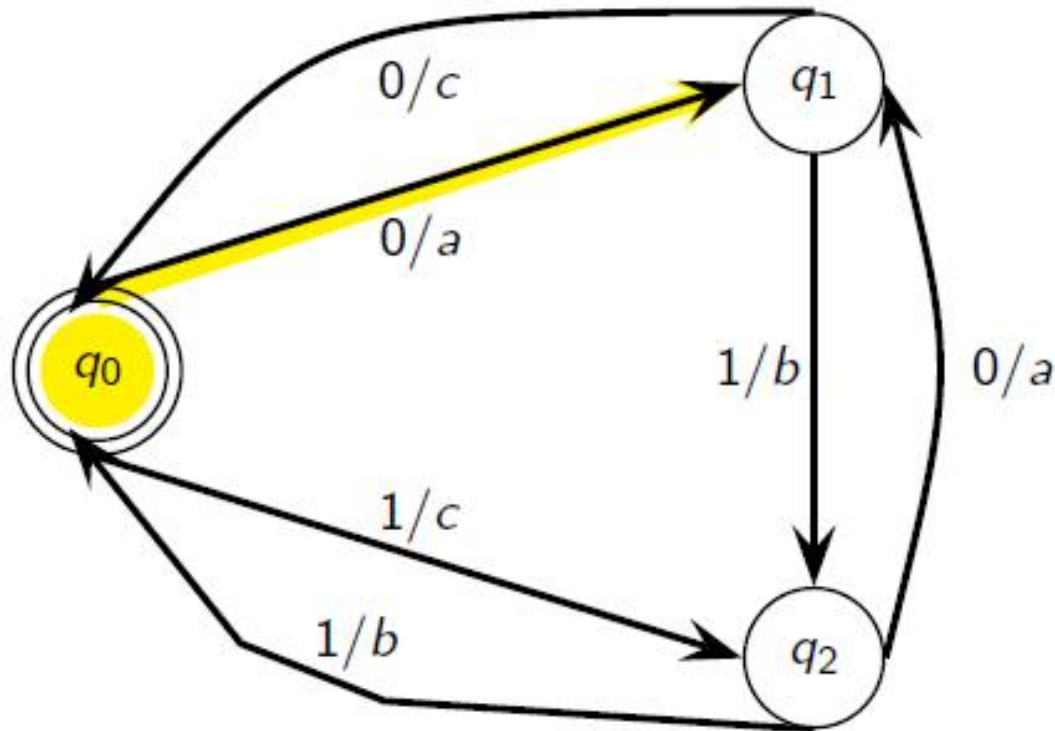


Ausgabe

8.3 Automaten

Beispiel Mealy-Automat

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}, \Sigma = \{0, 1\}, \Delta = \{a, b, c\}$$



Eingabe

0 1 0 0

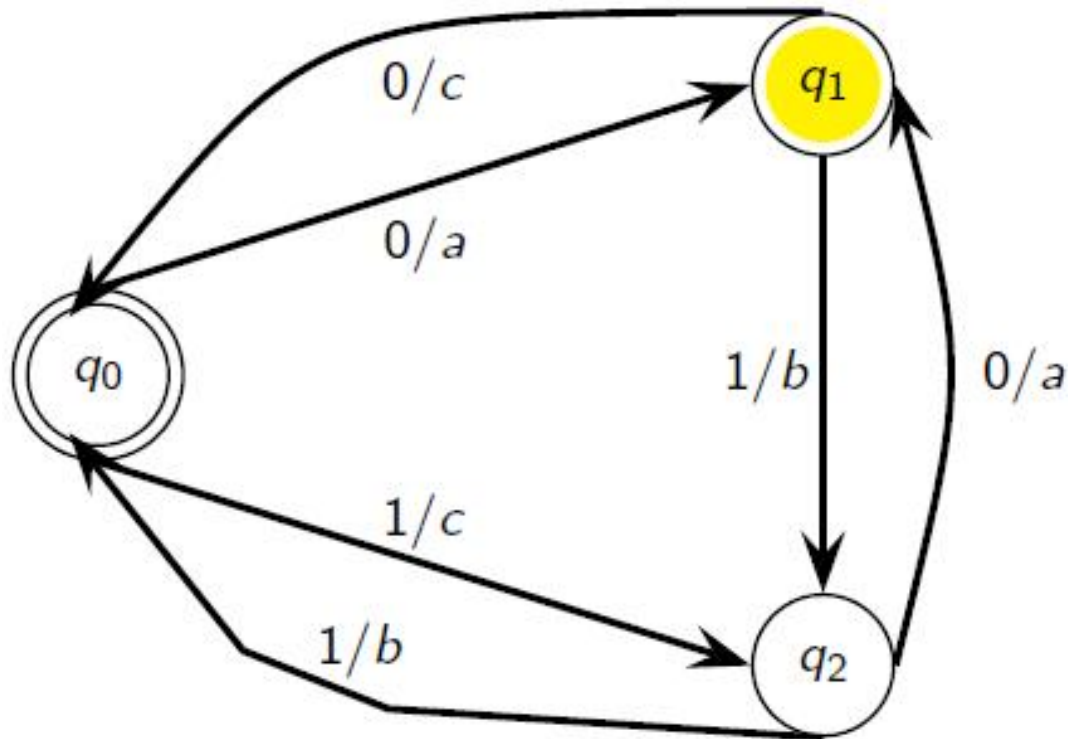
Ausgabe



8.3 Automaten

Beispiel Mealy-Automat

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}, \Sigma = \{0, 1\}, \Delta = \{a, b, c\}$$



Eingabe

0 1 0 0



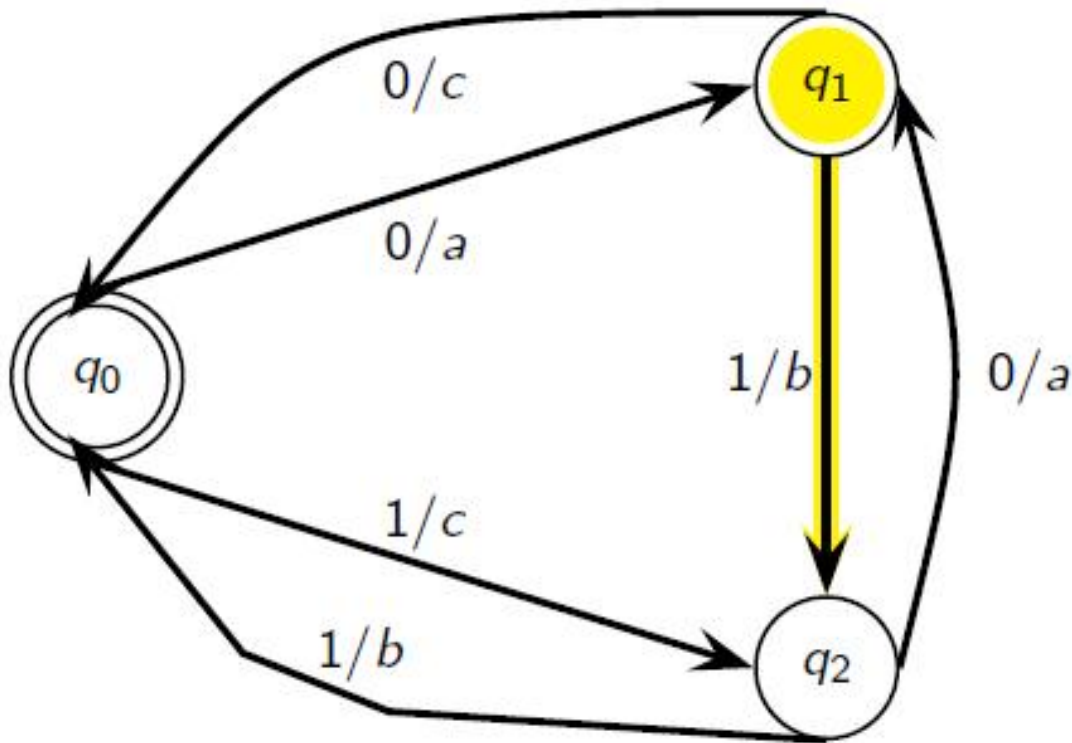
Ausgabe

a

8.3 Automaten

Beispiel Mealy-Automat

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}, \Sigma = \{0, 1\}, \Delta = \{a, b, c\}$$



Eingabe

0 1 0 0



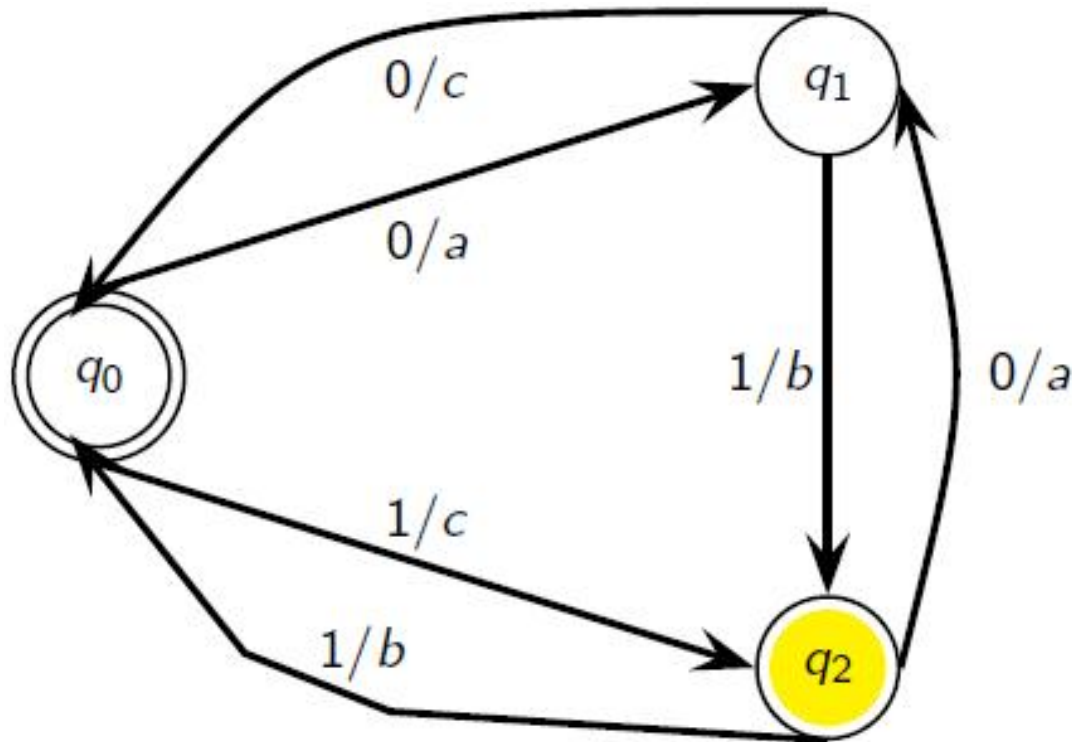
Ausgabe

a b

8.3 Automaten

Beispiel Mealy-Automat

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}, \Sigma = \{0, 1\}, \Delta = \{a, b, c\}$$



Eingabe

0 1 0 0



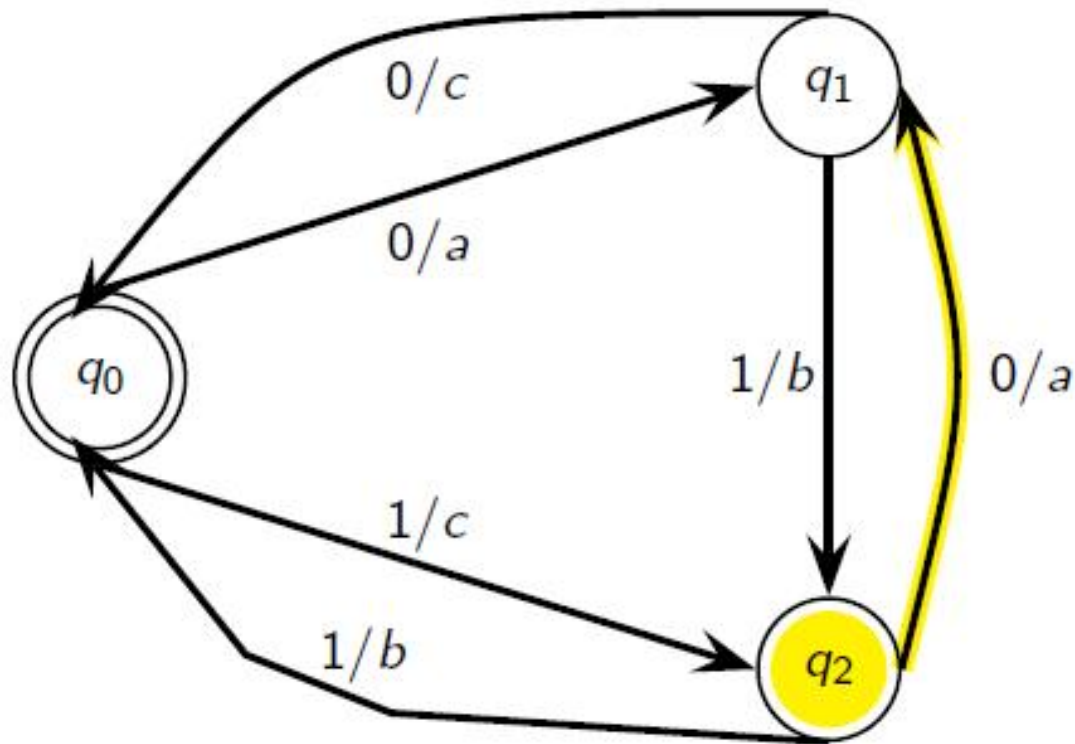
Ausgabe

a b

8.3 Automaten

Beispiel Mealy-Automat

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}, \Sigma = \{0, 1\}, \Delta = \{a, b, c\}$$



Eingabe

0 1 0 0



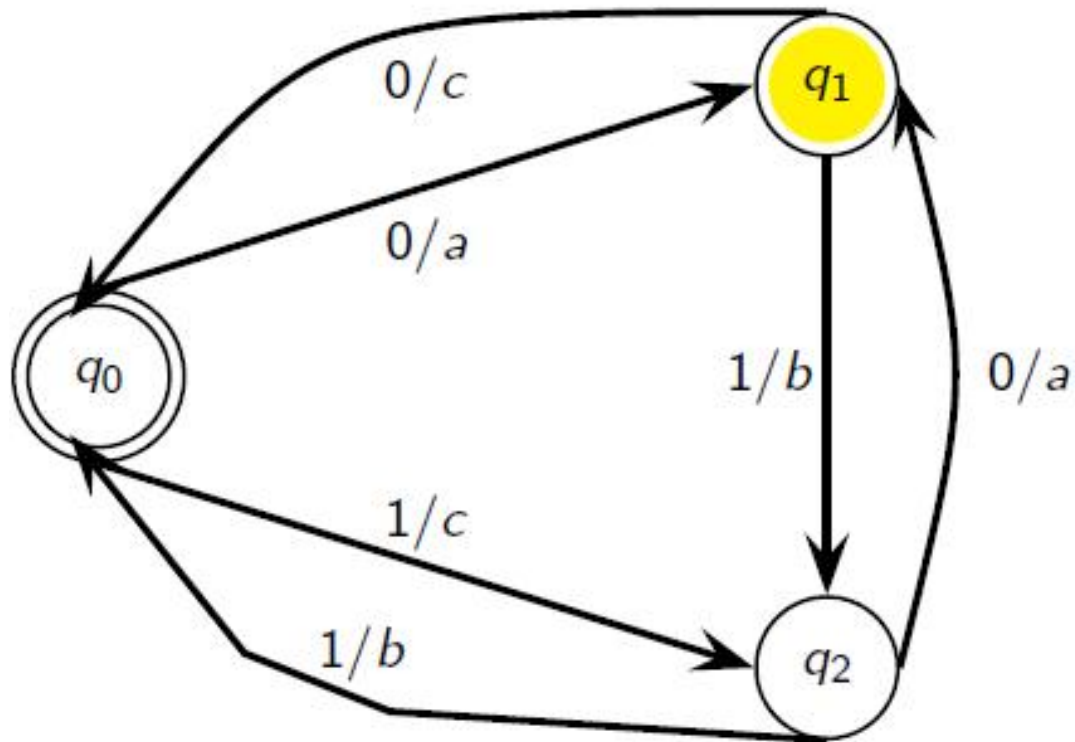
Ausgabe

a b a

8.3 Automaten

Beispiel Mealy-Automat

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}, \Sigma = \{0, 1\}, \Delta = \{a, b, c\}$$



Eingabe

0 1 0 0



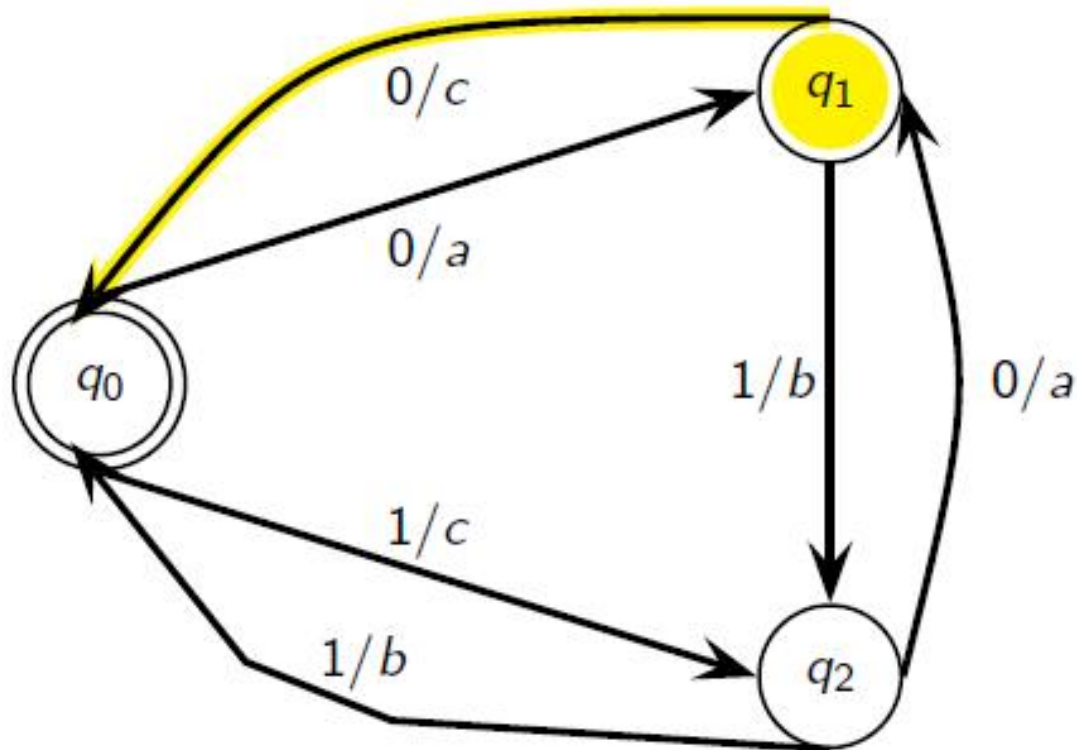
Ausgabe

a b a

8.3 Automaten

Beispiel Mealy-Automat

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}, \Sigma = \{0, 1\}, \Delta = \{a, b, c\}$$



Eingabe

0 1 0 0



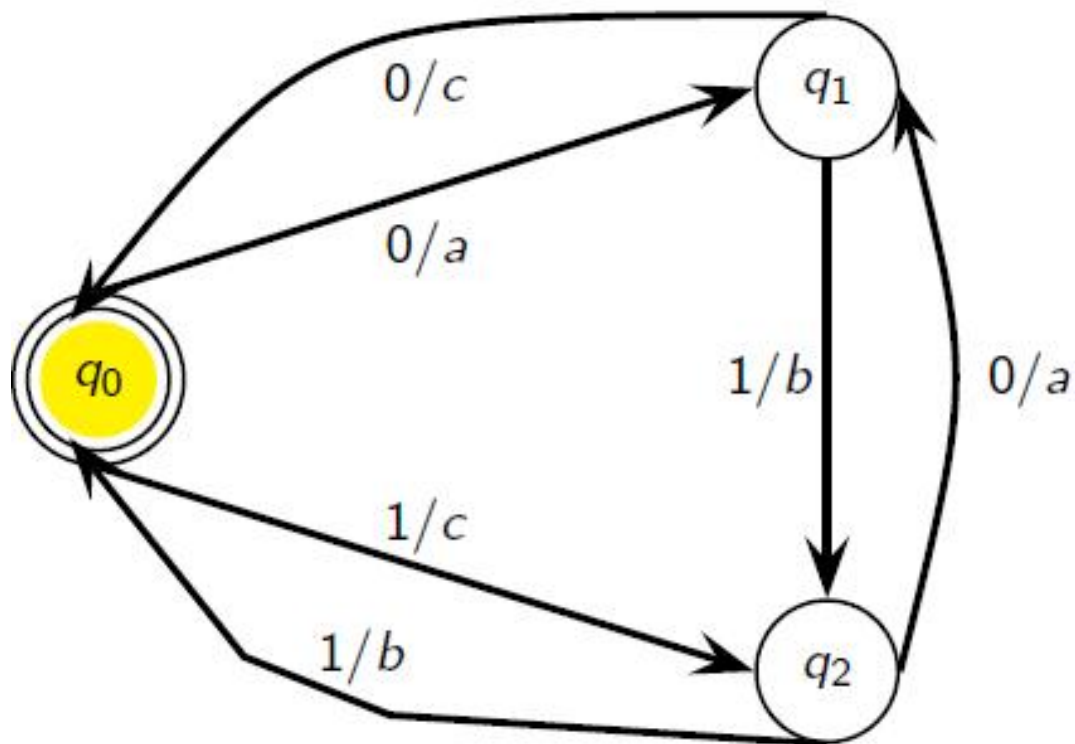
Ausgabe

a b a

8.3 Automaten

Beispiel Mealy-Automat

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}, \Sigma = \{0, 1\}, \Delta = \{a, b, c\}$$



Eingabe

0 1 0 0



Ausgabe

a b a c

8.3 Automaten

Äquivalenz von Automaten

Definition

Zwei Mealy-Automaten heißen **äquivalent**, wenn sie für jede Eingabe $w \in \Sigma^*$ die gleiche Ausgabe $a \in \Delta^*$ erzeugen.

Beobachtung

- Äquivalente Automaten können unterschiedlich groß sein.
- Man wünscht sich möglichst kleine Automaten.
- Komplexer Problemkreis,
 - umfasst auch effiziente Minimierung von Automaten
 - Näher i.d. Theoretischen Informatik (GTI)

Hier: noch ein anderes (ähnliches!) Automaten-Modell

8.3 Automaten

Definition Moore-Automat

Definition

Ein Moore-Automat $M = (Q, q_0, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda)$ ist definiert durch:

- endliche **Zustandsmenge** Q
- **Startzustand** $q_0 \in Q$
- endliches **Eingabealphabet** Σ
- endliches **Ausgabealphabet** Δ
- **Zustandsüberföhrungsfunktion** $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$
- **Ausgabefunktion** $\lambda : Q \rightarrow \Delta \cup \{\varepsilon\}$

8.3 Automaten

Definition Moore-Automat

Definition

Ein Moore-Automat $M = (Q, q_0, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda)$ ist definiert durch:

- endliche **Zustandsmenge** Q
- **Startzustand** $q_0 \in Q$
- endliches **Eingabealphabet** Σ
- endliches **Ausgabealphabet** Δ
- **Zustandsüberföhrungsfunktion** $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$
- **Ausgabefunktion** $\lambda : Q \rightarrow \Delta \cup \{\varepsilon\}$

In einem **Takt** mit aktuellem Zustand q und Eingabesymbol w

- schreibt der Automat $\lambda(\delta(q, w))$,
- wechselt der Automat in den Zustand $\delta(q, w)$.

8.3 Automaten

Definition Moore-Automat (Unterschied zum Mealy-Automat)

Definition

Ein Moore-Automat $M = (Q, q_0, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda)$ ist definiert durch:

- endliche **Zustandsmenge** Q
- **Startzustand** $q_0 \in Q$
- endliches **Eingabealphabet** Σ
- endliches **Ausgabealphabet** Δ
- **Zustandsüberföhrungsfunktion** $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$
- **Ausgabefunktion** $\lambda : Q \rightarrow \Delta \cup \{\varepsilon\}$ $\lambda : Q \times \Sigma \rightarrow \Delta \cup \{\varepsilon\}$

In einem **Takt** mit aktuellem Zustand q und Eingabesymbol w

- schreibt der Automat $\lambda(\delta(q, w))$,
- wechselt der Automat in den Zustand $\delta(q, w)$.

8.3 Automaten

Mealy- und Moore-Automaten

Beobachtung Zu jedem Moore-Automaten gibt es einen äquivalenten Mealy-Automaten.

denn zu Moore-Automat $A = (Q, q_0, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda)$
ist Mealy-Automat $A' = (Q, q_0, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda')$
mit $\lambda'(q, w) := \lambda(\delta(q, w))$
offensichtlich äquivalent

8.3 Automaten

Mealy- und Moore-Automaten

Beobachtung Zu jedem Mealy-Automaten
gibt es eine äquivalenten Moore-Automaten.

denn zu Mealy-Automaten $A = (Q, q_0, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda)$
ist Moore-Automat $A' = (Q', q_0', \Sigma, \Delta, \delta', \lambda')$
mit $Q' := Q \times (\Delta \cup \{\varepsilon\})$, $q_0' := (q_0, \varepsilon)$,
 $\delta'(q', w) = \delta'((q, v), w) := (\delta(q, w), \lambda(q, w))$,
 $\lambda(\delta(q', w)) = \lambda'((q, v)) := v$

äquivalent

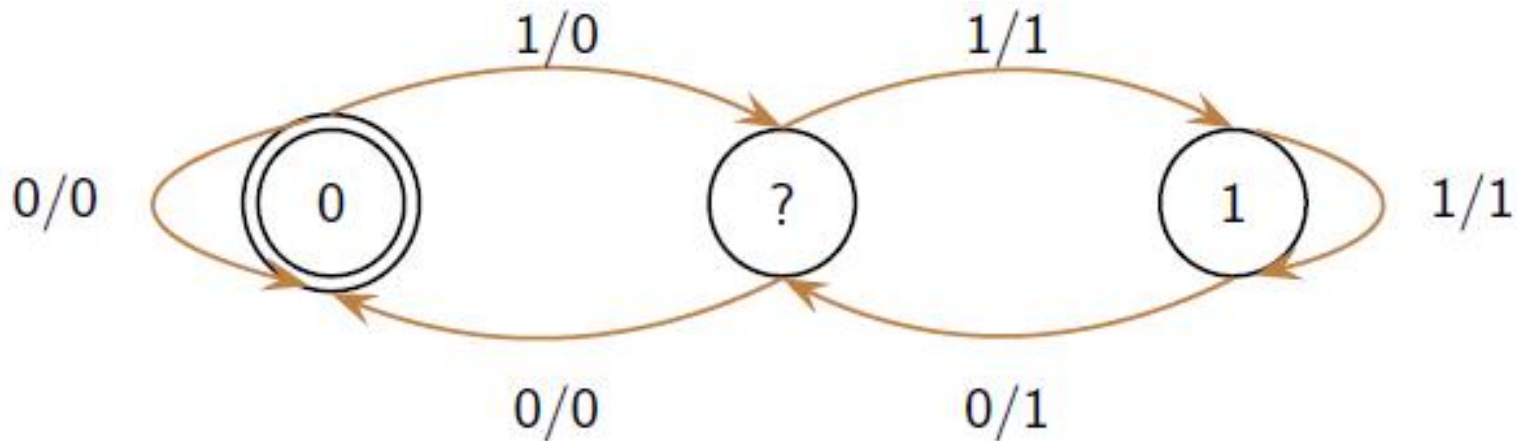
8.3 Automaten

Einfacher Beispiel-Automat

Aufgabe einfache „Datenglättung“
Filtere isolierte Bits aus Datenstrom aus.

Es gilt $\Sigma := \{0, 1\}, \Delta := \{0, 1\}$

Mealy-Automat

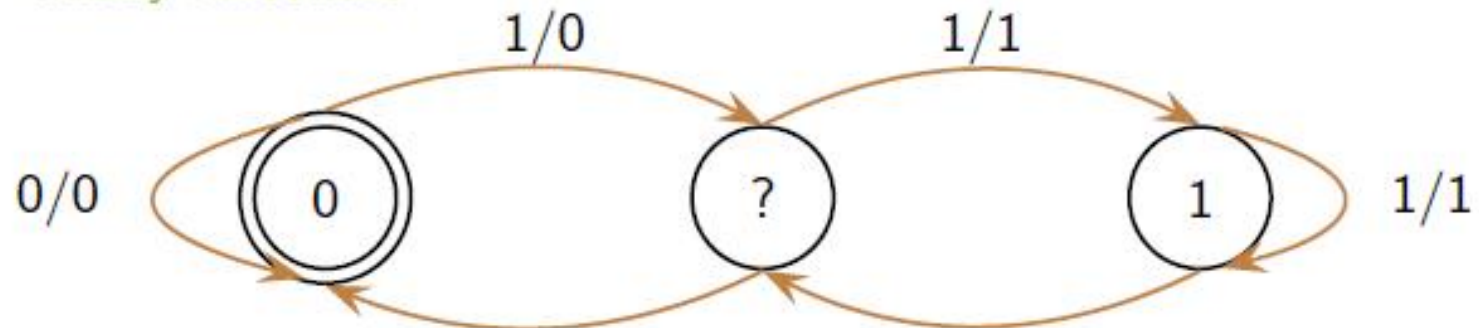


mit $Q := \{0, 1, ?\}, q_0 := 0$

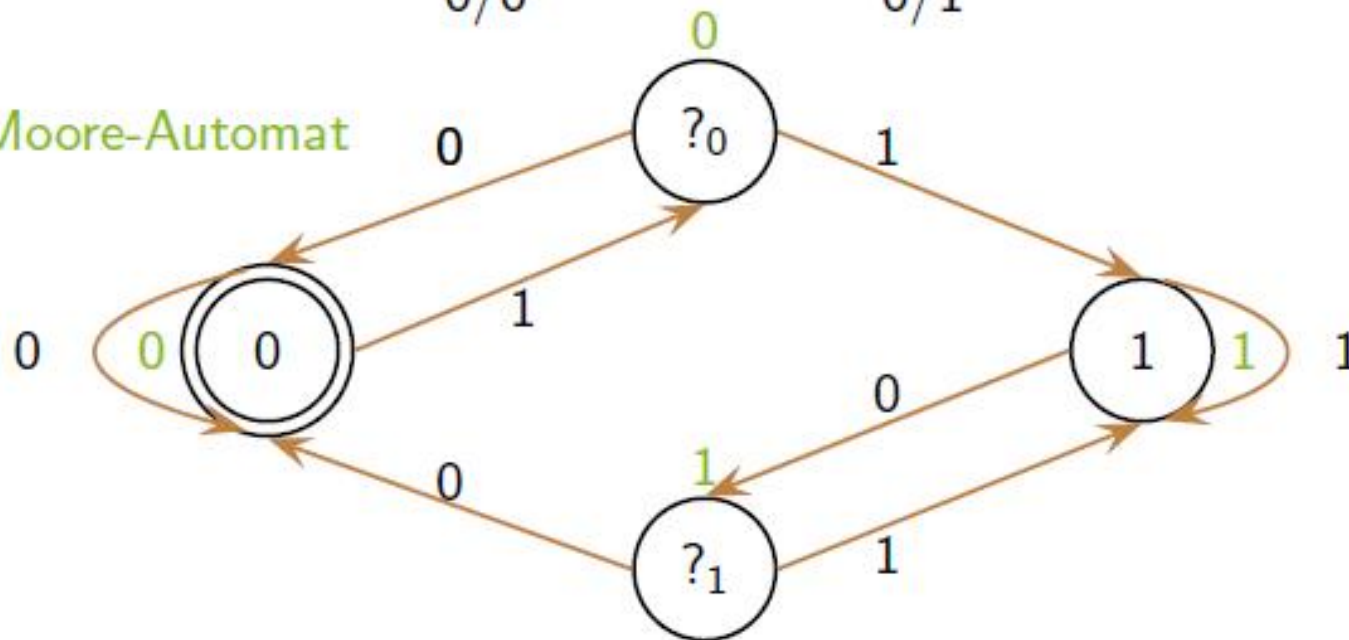
8.3 Automaten

Äquivalente Automaten „Bit-Filter“

Mealy-Automat



Moore-Automat



8. Synchrone Schaltwerke

8. Synchrone Schaltwerke

1. Einleitung ✓
2. Bistabile Kippstufe ✓
3. Automaten ✓
4. **Synchrone Schaltwerke**
5. Serienaddierwerke
6. Speicher & Schieberegister
7. Takt