technische universität dortmund fakultät für informatik computer science 12

georg.von-der-brueggen [☺] tu-dortmund.de
ulrich.gabor [☺] tu-dortmund.de
olaf.neugebauer [☺] tu-dortmund.de

Übung zur Vorlesung
Rechnerstrukturen
Wintersemester 2017

Übungsblatt 5 (Block B - 1)

(17 Punkte)

Abgabe bis spätestens Mittwoch, 22. November 2017, 16:00 Uhr.
Besprechung ab Montag, 27. November 2017.

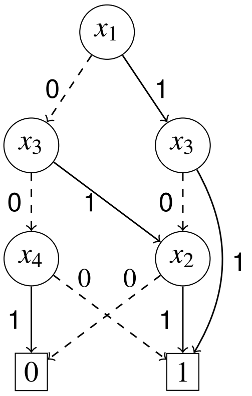
Hinweise zur Abgabe der Übungsblätter finden Sie am Ende des Dokuments

5.1 Optimierung von Schaltnetzen (4 Punkte)

a. In jeder der vier unten stehenden Zeilen ist eine andere Funktion $g : B^3 \to B^1$ angeben. Entscheiden Sie jeweils, ob es sich bei den Funktionen um ein Monom, ein Polynom, ein Minimalpolynom, eine disjunktive Normalform (DNF) oder eine konjunktive Normalform (KNF) handelt. Kreuzen Sie bitte in jeder Zeile alle auf die Funktion zutreffenden Begriffe an.

Funktion	Monom	Polynom	Minimalpolynom	DNF	KNF
$(x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_2} \vee x_3)$					
$x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge x_3$					
$(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge x_3)$					
$x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3$					

b. Es sei die boolsche Funktion $f : B^4 \to B^1$ über den Variablen x_1, x_3, x_2, x_4 durch das unten stehende $\pi OBDD$ gegeben. Bestimmen Sie ein zu dieser Funktion gehörendes Minimalpolynom. Tragen Sie dazu zunächst alle Einsen in das gegebene KV-Diagramm passend ein. Markieren Sie danach im KV-Diagramm alle Primimplikanten und notieren Sie diese neben dem KV-Diagramm. Ordnen Sie schließlich alle Primimplikanten einer der Markierungen im KV-Diagramm eindeutig zu, z.B. mit Hilfe von Farben, Verbindungslinien o.ä. Achten Sie darauf, dass Ihre Lösung leserlich bleibt. Sie können selbstverständlich auch ein neues KV-Diagramm auf ein anderes Blatt zeichnen, falls Sie mehr Platz benötigen.



f		$X_1\ X_2$		
$X_3\ X_4$	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

c. Geben Sie ein Minimalpolynom für die Funktion f aus Teilaufgabe b) an.

5.2 Praktische Anwendung der Optimierung von Schaltnetzen (4 Punkte)

Sie kaufen eine Lichterkette mit 7 nebeneinander angeordneten Leuchtdioden (LEDs) $y_1, \ldots, y_7$. Mit diesen 7 LEDs können verschiedene Muster dargestellt werden. Da bald Weihnachten ist, wollen Sie mit Hilfe der Lichterkette einen stilisierten Weihnachtsbaum darstellen. Dafür benötigen Sie die folgenden Leuchtzustände, die Sie der Einfachheit halber anhand der Anzahl der leuchtenden LEDs mit $0, 1, \ldots, 7$ bezeichnen.

LED	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7
alle aus	○	○	○	○	○	○	○
	○	○	○	●	○	○	○
	○	○	●	○	●	○	○
	○	○	●	●	●	○	○
	○	●	●	○	●	●	○
	○	●	●	●	●	●	○
	●	●	●	○	●	●	●
alle an	●	●	●	●	●	●	●

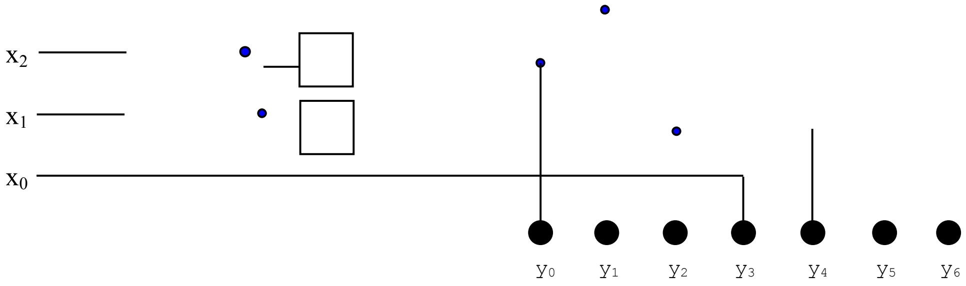
Um den stilisierten Weihnachtsbaum zu erhalten wollen Sie mit Hilfe eines Taktgebers dafür sorgen, dass die Zustände $0, 1, \ldots, 7$ in aufsteigender Reihenfolge dargestellt werden, also von oben nach unten. Der Taktgeber zählt die Zahlen von 0 bis 7 durch und kann diese binär über drei Leitungen (x_2, x_1, x_0) ausgeben. Die Ausgabe vom Taktgeber kann als Eingabe zum Ansteuern der LEDs verwendet werden.

a. Vervollständigen Sie die unten stehende Tabelle. Die drei Eingänge x_2, x_1, x_0 kodieren die acht Takt-Zustände $0, 1, \ldots, 7$. Die Ausgabe y_0 bis y_6 soll den aktuellen Zustand der sieben LEDs kodieren. Eine leuchtende LED soll mit einer 1 und eine nicht leuchtende LED mit einer 0 kodiert werden. Im Takt-Zustand 0 sind alle LEDs aus, im Zustand 7 sind alle LEDs an.

Takt	x_2	x_1	x_0	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1							
2	0	1	0							
3	0	1	1							
4	1	0	0							
5	1	0	1							
6	1	1	0							
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

b. Bestimmen Sie die sieben minimierten booleschen Funktionen $f_i(x_2, x_1, x_0) = y_i$ für $i = 0, \ldots, 6$, die jeweils das Verhalten von der LED y_i in Abhängigkeit von den drei Eingangsvariablen x_2, x_1 und x_0 beschreiben.

c. Ergänzen Sie den nachstehenden Schaltplan so, dass die verschiedenen für die Weihnachtsbaumschaltung benötigten Zustände abhängig von der Eingabe richtig angesteuert werden.



5.3 Algorithmus von Quine und McCluskey (6 Punkte)

Es sei die Funktion $f : B^4 \to B^1$ auf den Variablen a, b, c, d durch den folgenden Wertevektor gegeben:

$$F = (1,1,1,1,\ 0,0,0,1,\ 1,0,1,0,\ 1,0,1,1)$$

Berechnen Sie mit Hilfe des Algorithmus von Quine und McCluskey alle Primimplikanten von f. Geben Sie alle Mengen L_i an und kennzeichnen Sie die Implikanten, die im entsprechenden Schritt vom Algorithmus in die Menge der Primimplikanten PI eingeordnet werden. Erstellen Sie die PI-Tafel und geben Sie ein Minimalpolynom an.

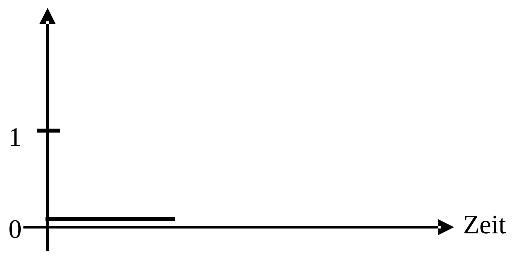
Zur Bestimmung der Implikanten in der Menge L_0 können Sie die folgende Tabelle benutzen.

Vektorposition	a	b	c	d	Wert	kurz
0	0	0	0	0	1	$\bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}$
1	0	0	0	1	1	$\bar{a}\bar{b}\bar{c}d$
2	0	0	1	0	1	$\bar{a}\bar{b}c\bar{d}$
3	0	0	1	1	1	$\bar{a}\bar{b}cd$
4	0	1	0	0		
5	0	1	0	1		
6	0	1	1	0		
7	0	1	1	1		
8	1	0	0	0		
9	1	0	0	1		
10	1	0	1	0		
11	1	0	1	1		
12	1	1	0	0		
13	1	1	0	1	0	$ab\bar{c}d$
14	1	1	1	0	1	$abc\bar{d}$
15	1	1	1	1	1	$abcd$

5.4 Hazards (3 Punkte)

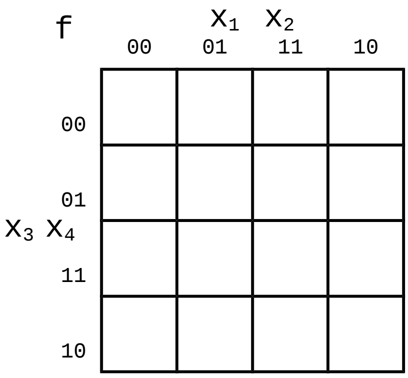
a. Geben Sie den zeitlichen Funktionsverlauf (Null- und Einspegel) eines Schaltnetzes mit einem Ausgang für einen statischen und für einen dynamischen Hazard grafisch wieder. Ergänzen Sie dazu die beiden folgenden Zeitdiagramme:

`statischer Hazard:`



`dynamischer Hazard:`

b. Die Funktion $f(x_1,x_2,x_3,x_4) : B^4 \to B^1$ sei durch den Vektor $F = (1,1,1,1,\ 1,1,1,0,\ 1,1,1,0,\ 0,1,1,0)$ definiert. Überprüfen Sie, ob bei den vier angegebenen Eingabewechseln ein Funktionshazard vorliegt. Falls einer vorliegt, geben Sie an, ob es sich um einen statischen oder einen dynamischen Hazard handelt und durch welche Eingaben dieser erzeugt werden kann (also den „Weg“ auf dem der Hazard entstehen kann). Nutzen Sie dafür das KV-Diagramm.



1. (0101, . . . , 1001)
2. (1100, . . . , 1001)
3. (0111, . . . , 1001)
4. (0111, . . . , 1100)

Hinweise:

Die Abgaben sollen bis Mittwoch, 22. November 2017, 16:00 Uhr in die Briefkästen in der Otto-Hahn-Straße 12 eingeworfen werden.

Die Briefkästen finden Sie in der ersten Etage der Otto-Hahn-Straße 12 am Übergang zum Erdgeschoss der Otto-Hahn-Straße 14. Die Briefkästen sind mit dem Namen der Veranstaltung, der Gruppennummer sowie der Zeit der Übung gekennzeichnet. Für Rechnerstrukturen sind dies die Briefkästen mit den Nummern 20 bis 32.

Schreiben Sie unbedingt Ihren **Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und Ihre **Gruppennummer** rechts oben auf Ihre Abgabe. Sie dürfen als Team mit bis zu zwei weiteren Personen abgeben. Geben Sie dann nur eine einzige Lösung ab und schreiben Sie alle Namen und Matrikelnummern des Teams auf die gemeinsame Abgabe.

Heften Sie die Abgabe bitte zusammen (Tacker oder notfalls Büroklammer). Bitte die Abgabe **nicht falten** und **keine Schnellhefter oder Umschläge** abgeben.

Es gibt insgesamt 12 Übungsblätter, die in 3 Blöcke (A, B, C) aufgeteilt sind. In jedem Block müssen Sie 30 Punkte von 64 möglichen Punkten erreichen, um zur Prüfung zugelassen zu werden.

HelpDesk Rechnerstrukturen:

Neben den Übungen bieten wir dieses Jahr auch einen speziellen RS Help Desk an. Der Help Desk kann euch bei der Bearbeitung der Übungsaufgaben, der Klausurvorbereitung oder sonstigen vorlesungrelevanten Problemen helfen. Weitere Information finden Sie auf der Webseite zur Vorlesung.