Rechnerstrukturen

Michael Engel und Peter Marwedel

TU Dortmund, Fakultät für Informatik

SS 2013

Hinweis: *Folien a. d. Basis von Materialien von Gernot Fink und Thomas Jansen*

13. Mai 2013

1. Programmierbare Bausteine
   - Einleitung (Wiederholung)
   - Einsatz von PLAs
2. Sequenzielle Schaltungen
   - Einleitung
   - Modellierung mit Automaten
3. Synchrone Schaltwerke
   - Einleitung
   - Flip-Flops

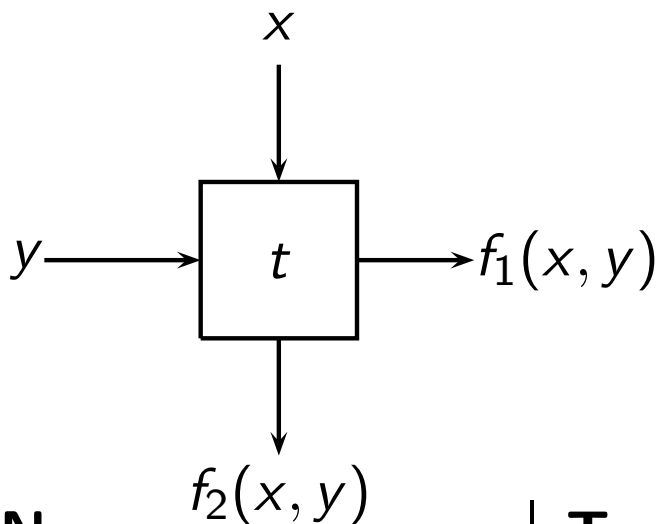
Realisierungsmöglichkeit für Schaltnetze

- massenhaft produzierte
- darum preisgünstige
- nach der Fertigstellung in ihrer Funktion noch beeinflussbare
- funktional vollständige
- also universelle Standardbausteine

Programmable Logic Array (PLA)

Varianten PAL, PROM, FPGA, ...
(zum Teil eingeschränkte Funktionalität)

PLA Grundbausteine

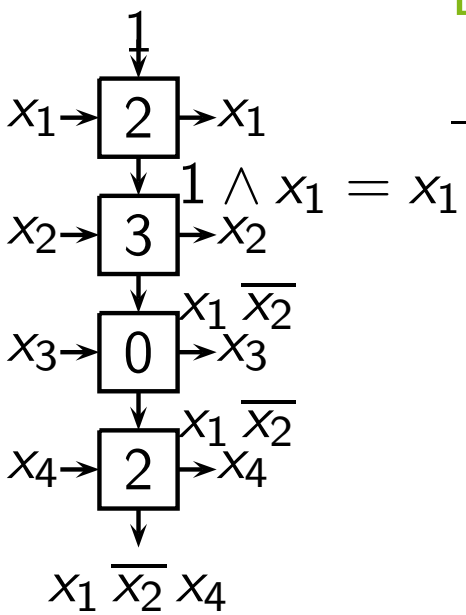


Name	**Typ**	$\mathbf{f_1(x, y)}$	$\mathbf{f_2(x, y)}$
Identer	0	y	x
Addierer	1	$x \vee y$	x
Multiplizierer	2	y	$x\,y$
Negat-Multiplizierer	3	y	$x\,\overline{y}$

klar funktional vollständig

PLA: Monomrealisierung

Beispiel Monom $x_1\,\overline{x_2}\,x_4$



Erinnerung

Name	**Typ**	$\mathbf{f_r(o,I)}$	$\mathbf{f_u(o,I)}$
Identer	0	I	o
Addierer	1	$o \vee I$	o
Multiplizierer	2	I	$o\,I$
Negat-Multiplizierer	3	I	$o\,\overline{I}$

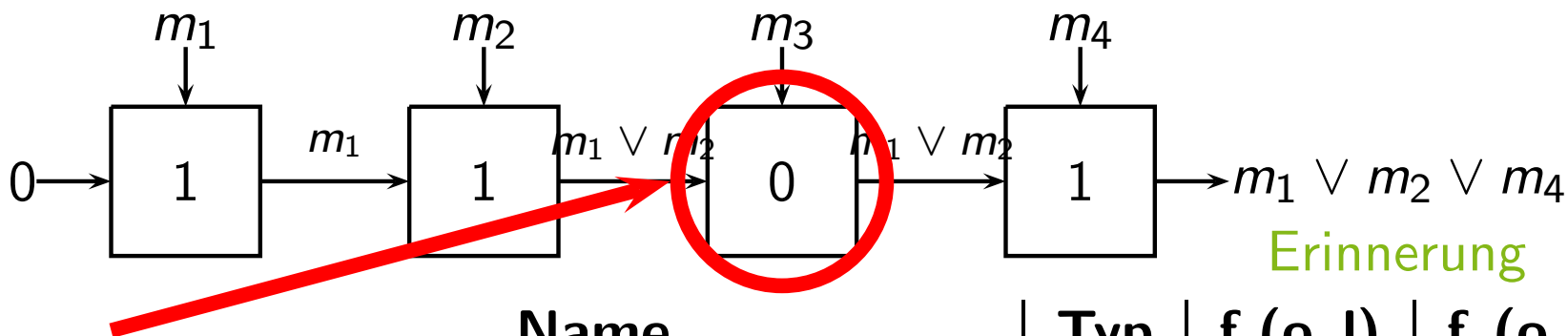
also jedes Monom leicht realisierbar

- falls Variable fehlt Typ 0
- falls x_i vorkommt Typ 2
- falls $\overline{x_i}$ vorkommt Typ 3

PLA: Polynomrealisierung

gesehen für $f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}$
k verschiedene Monome $m_1, m_2, \ldots, m_k$
in n Zeilen und k Spalten realisierbar

Wie können wir f realisieren, z. B. $f = m_1 \vee m_2 \vee m_4$?



Erinnerung

Ist das sinnvoll?

klar für $f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}$

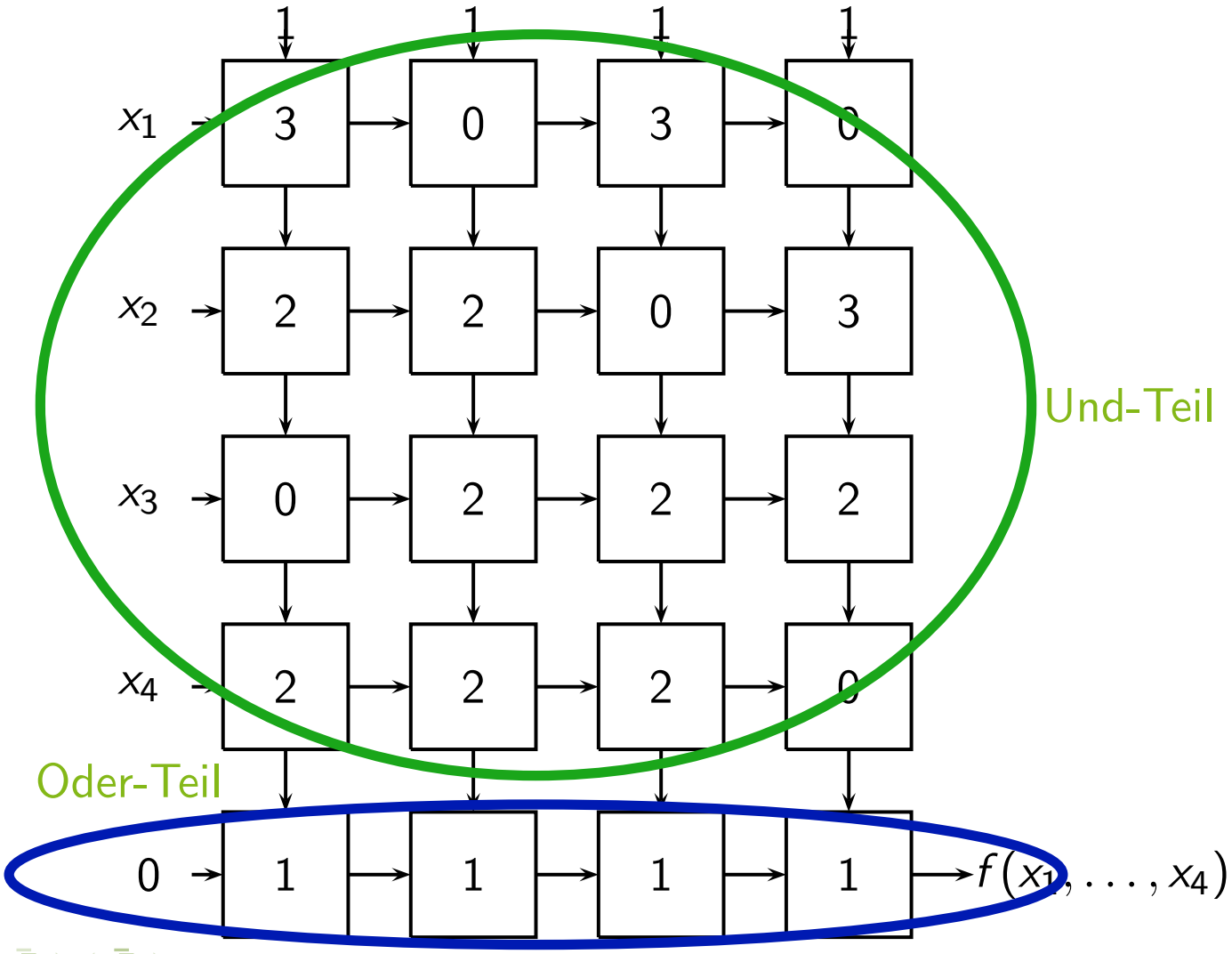
nicht aber für $f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}^m$

schon

Name	**Typ**	$\mathbf{f_r(o,l)}$	$\mathbf{f_u(o,l)}$
Identer	0	l	o
Addierer	1	$o \vee l$	o
Multiplizierer	2	l	$o\,l$
Negat-Multiplizierer	3	l	$o\,\bar{l}$

PLA: Ein konkretes Beispiel

Beispiel $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1}\, x_2\, x_4 \vee x_2\, x_3\, x_4 \vee \overline{x_1}\, x_3\, x_4 \vee \overline{x_2}\, x_3$



Fazit zur PLA-Nutzung

also Wir können jede Funktion $f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}^m$,
für deren Polynom insgesamt k Implikanten ausreichen,
mit einem PLA mit $n + m$ Zeilen und k Spalten realisieren.

klar Wir wünschen uns k klein.

dafür Minimalpolynome

Wie findet man Minimalpolynome für Funktionen
$f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}^m$?

Minimalpolynome für $f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}^m$

Notation statt $f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}^m$
$(f_1, f_2, \ldots, f_m)$ mit $f_i : \{0,1\}^n \to \{0,1\}$
für $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$

Definition Ein Minimalpolynom für $f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}^m$
ist $(p_1, p_2, \ldots, p_m)$ mit minimalen Kosten,
dabei ist p_i Polynom für f_i. Bei den Kosten
zählen mehrfach vorkommende Monome nur einmal.

Also suchen wir Minimalpolynome p_i für f_i? Nein!

Beispiel $p_1(x_1, x_2, x_3) = x_1\, x_3 \vee \overline{x_2}\, x_3$ ist Minimalpolynom
$p_2(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_1}\, x_2 \vee x_2\, x_3$ ist Minimalpolynom

$p'_1(x_1, x_2, x_3) = x_1\, x_2\, x_3 \vee \overline{x_2}\, x_3$ stellt auch p_1 dar
$p'_2(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_1}\, x_2 \vee x_1\, x_2\, x_3$ stellt auch p_2 dar

Gesamtkosten $(p_1, p_2) = (n + m) \times k = (3 + 2) \times 4$
Gesamtkosten $(p'_1, p'_2) = (n + m) \times k' = (3 + 2) \times 3$

Monome für Minimalpolynome für $f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}^k$

Welche Monome übernehmen die Rolle der Primimplikanten?

Definition Ein Monom m ist ein multipler Primimplikant von $f = (f_1, f_2, \ldots, f_k)$ mit $f_i : \{0,1\}^n \to \{0,1\}$, wenn m Primimplikant von $\bigwedge_{i \in I} f_i$ ist für eine nicht-leere Menge $I \subseteq \{1, 2, \ldots, k\}$.

Theorem Minimalpolynome für $f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}^k$ enthalten nur multiple Primimplikanten von f.

Beweis und Algorithmus zur Berechnung → Skript

Multiple Primimplikanten berechnen

Wie finden wir alle multiplen Primimplikanten?

Theorem $m \in \mathrm{PI}\left(\bigwedge_{i \in I} f_i\right) \Rightarrow \forall i \in I : \exists m_i \in \mathrm{PI}(f_i) : m = \bigwedge_{i \in I} m_i$

Beweis

klar $m \in \mathrm{PI}\left(\bigwedge_{i \in I} f_i\right)$ ist für alle $i \in I$ Implikant von f_i

Sei $m_i \in \mathrm{PI}(f_i)$ Verkürzung von m $(i \in I)$

klar $\bigwedge_{i \in I} m_i$ ist Verkürzung von m

weil $m \in \mathrm{PI}\left(\bigwedge_{i \in I} f_i\right)$, kann $\bigwedge_{i \in I} m_i$ keine echte Verkürzung von m sein

also $\bigwedge_{i \in I} m_i = m$ □

Berechnung aller multipler Primimplikanten

Algorithmus

berechnet für $I \subseteq \{1, 2, \ldots, k\}$ die Menge M_I der multiplen Primimplikanten $m = \bigwedge_{i \in I} m_i$

1. Für $i \in \{1, 2, \ldots, k\}$ berechne $M_{\{i\}} := \mathrm{PI}(f_i)$.
2. $M := \bigcup_{i=1}^{k} \{\{i\}\}$; $M' := \bigcup_{i=1}^{k} M_{\{i\}}$.
3. Wiederhole
4. Für $I, J \in M$ mit $I \cap J = \emptyset$
5. $M_{I \cup J} := \{m \neq 0 \mid m = m' m''$ mit $m' \in M_I$, $m'' \in M_J$, keine echte Verkürzung von m in $M_{I \cup J}\}$.
6. $M := M \cup \{I \cup J\}$; $M' := M' \cup M_{I \cup J}$.
7. So lange, bis M' eine Iteration unverändert bleibt.

Minimalpolynomberechnung für $f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}^m$

Algorithmus

1. Für alle f_i berechne alle Primimplikanten.
2. Berechne alle multiplen Primimplikanten.
   (ergeben sich potentiell als paarweise Verknüpfung "normaler" Primimplikanten)
3. Berechne eine möglichst günstige Überdeckung.

also günstigste Darstellung für PLA-Realisierungen
mit uns bekannten Mitteln berechenbar
allerdings sehr aufwendig

PLA als ROM

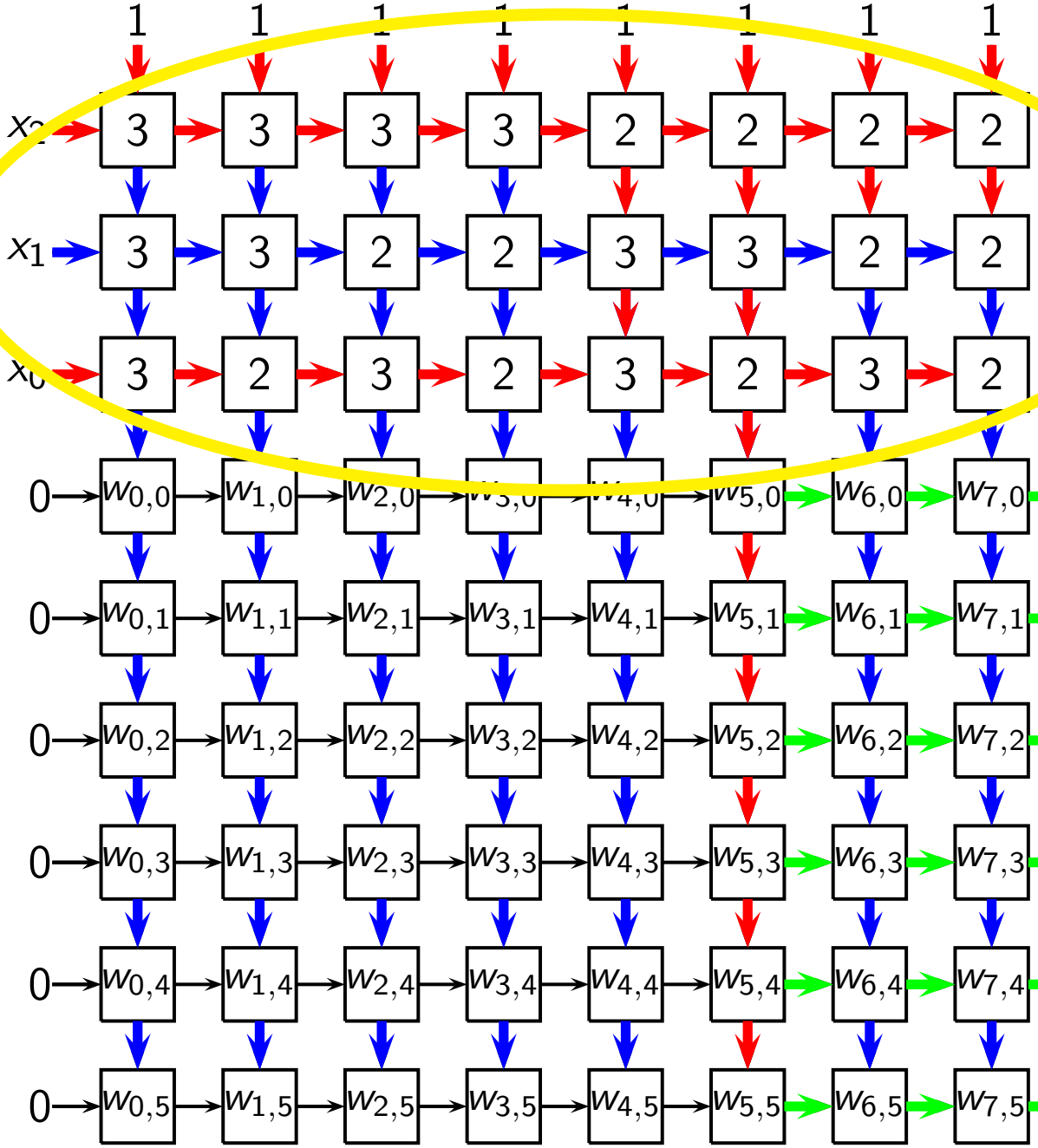
Aufgabe Speichere 2^n „Wörter“ der Länge m.

$$
\begin{aligned}
w_0 &= w_{0,0}w_{0,1}w_{0,2}\cdots w_{0,m-1} \in \{0,1\}^m \\
w_1 &= w_{1,0}w_{1,1}w_{1,2}\cdots w_{1,m-1} \in \{0,1\}^m \\
w_2 &= w_{2,0}w_{2,1}w_{2,2}\cdots w_{2,m-1} \in \{0,1\}^m \\
&\vdots \quad\quad \vdots \\
w_{2^n-1} &= w_{2^n-1,0}w_{2^n-1,1}w_{2^n-1,2}\cdots w_{2^n-1,m-1} \in \{0,1\}^m
\end{aligned}
$$

Benutze PLA mit $n+m$ Zeilen, 2^n Spalten

Beobachtung $m \cdot 2^n$ Zellen für $m \cdot 2^n$ zu speichernde Bits mindestens erforderlich

Adressierung mit jeweils n Bits in n zusätzlichen Zeilen



Beispiel

$n = 3$, $m = 6$

$2^3 = 8$ Wörter jeweils 6 Bits

Beobachtung

Und-Teil fest nur von Größe abhängig

Anmerkung

PLAs mit festem Und-Teil werden als PROM verkauft.

Zwischen-Fazit PLAs

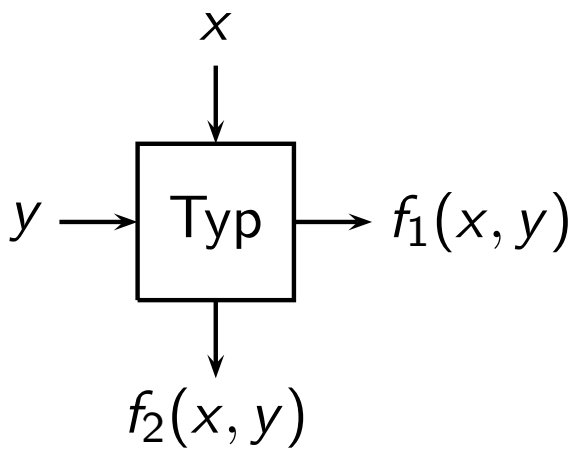
PLAs sind preiswerte, universelle Bausteine, die

- beliebige boolesche Funktionen leicht realisierbar machen,
- Minimalpolynomdarstellungen motivieren,
- Speicherung von 2^n Wörtern der Länge m in einem $(n + m) \times 2^n$-PLA erlauben.

Nachteil nur einmal programmierbar

Wie kann man PLAs beliebig neu programmierbar machen?

„Software“-PLAs



Typ	s	t	$f_1(x,y)$	$f_2(x,y)$
0	0	0	y	x
1	0	1	$x \vee y$	x
2	1	0	y	$x\,y$
3	1	1	y	$x\,\overline{y}$

klar vier verschiedene Typen, mit zwei Bits codierbar

Idee erweitere PLA-Baustein um zwei zusätzliche Eingaben, die den Baustein-Typ codieren

jetzt f_1 und f_2 als Funktionen von (s,t,x,y) darstellen

- $f_1(s,t,x,y) = y \vee \overline{s}\,t\,x$
- $f_2(s,t,x,y) = \overline{s}\,x \vee s\,x(t \oplus y)$

Bemerkung zum Einsatz

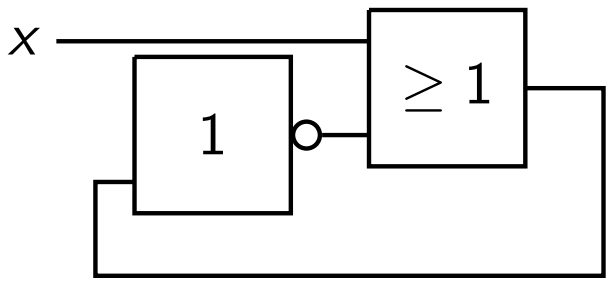
klar für ein $n \times m$-PLA werden zur Programmierung $2nm$ Bits gebraucht.

Beobachtung Man kann diese $2nm$ Bits gut in einem PROM speichern.

Fazit

- einfache und günstige Realisierung von booleschen Funktionen
- besonders geeignet für kleine Stückzahlen
- besonders geeignet bei nur temporärem Gebrauch

Sequenzielle Schaltungen

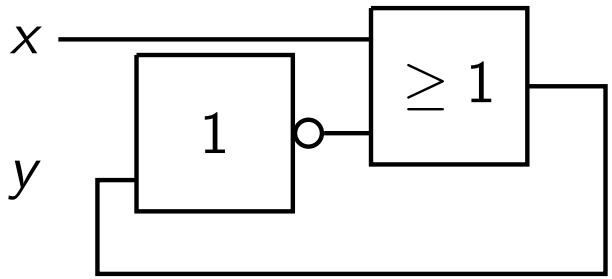


klar Das ist kein Schaltnetz.

allerdings Es ist eine „baubare“ Schaltung.

Was passiert in dieser Schaltung?

Eine konkrete sequenzielle Schaltung



Was passiert in dieser Schaltung?

x	y	$x \vee \overline{y}$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

klar und immer so weiter...

natürlich in der Realität viel schneller
darum heißt die Schaltung Flimmerschaltung

Bewertung des Effekts

klar Unkontrolliertes Flimmern ist sehr unschön.

Also Kreise konsequent verbieten?

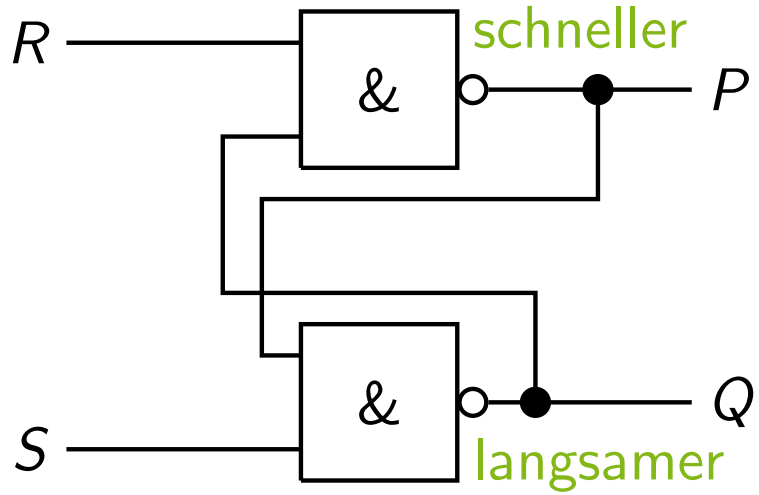
Wozu können Kreise gut sein?

Beobachtung Ausgänge werden zu Eingaben...

etwas anders Man kann schon Berechnetes noch einmal „sehen“.

Einsicht Das realisiert so etwas wie Speicher.

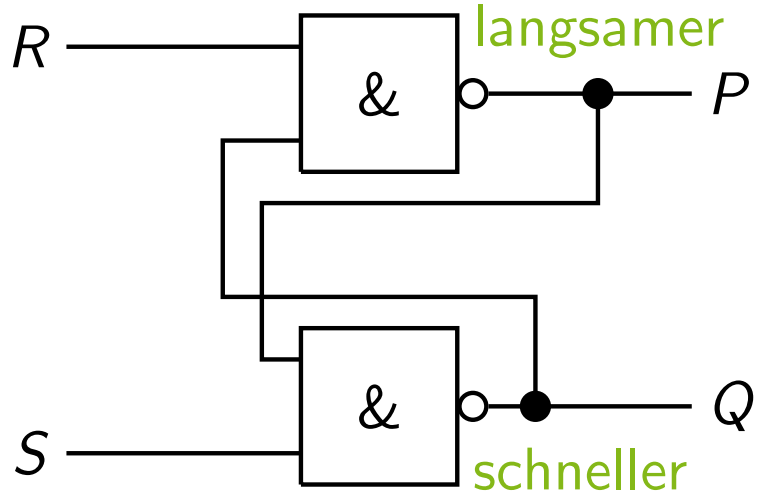
Ein zweites Beispiel



x	y	$\overline{x\,y}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	$\overline{Q_t}$	1	0	1
1	1	$\overline{Q_t}$	Q_t	$\overline{Q_t}$	Q_t

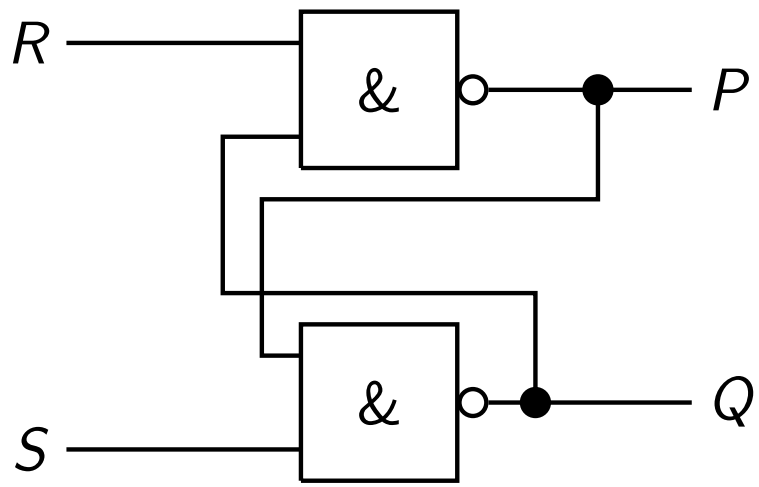
Ein zweites Beispiel



x	y	$\overline{x\,y}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	$\overline{P_t}$	1	0
1	0	0	1	0	1
1	1	P_t	$\overline{P_t}$	P_t	$\overline{P_t}$

Bi-stabile NAND-Kippstufe



Anmerkung

heißt auch Latch

positiv kippt, flimmert nicht

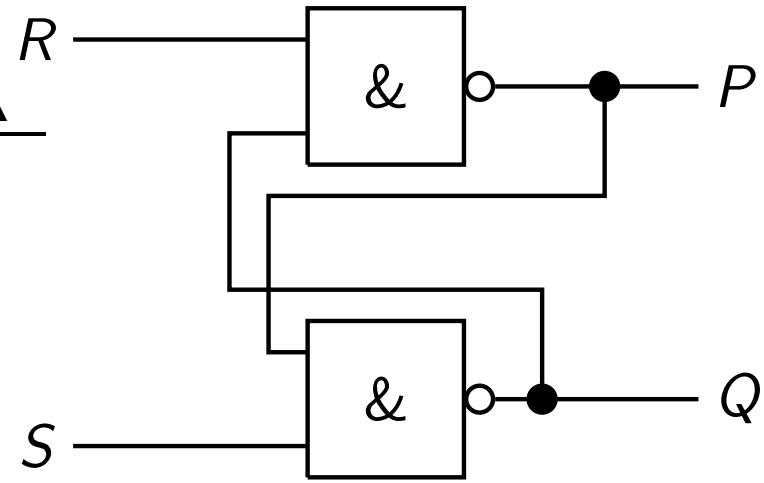
negativ Verhalten hängt von Schaltzeiten der beiden Gatter ab

genauer beobachtet Verhalten hängt manchmal von Schaltzeiten der beiden Gatter ab

Analyse der bi-stabilen NAND-Kippstufe

1. Fall oberes NAND-Gatter schneller

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	$\overline{Q_t}$	1	0	1
1	1	$\overline{Q_t}$	Q_t	$\overline{Q_t}$	Q_t

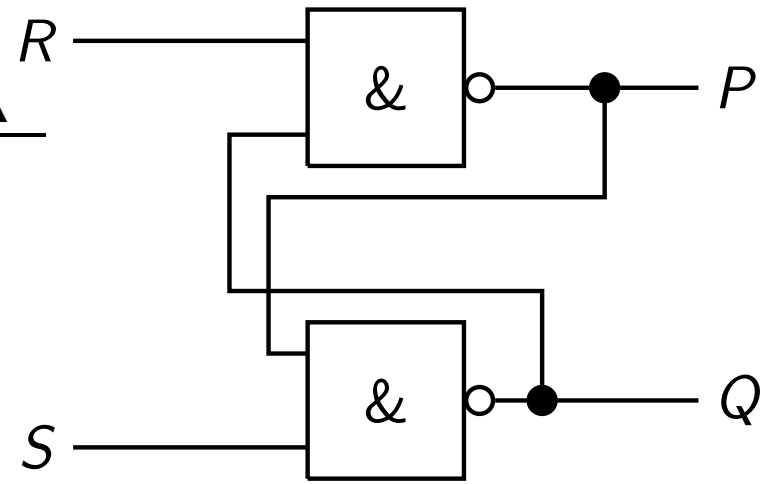


$$
\begin{aligned}
P_{t+2\Delta} &= \overline{R\,Q_{t+\Delta}} = \overline{R} \vee \overline{Q_{t+\Delta}} = \overline{R} \vee \overline{\overline{S\,P_{t+\Delta}}} \\
&= \overline{R} \vee S\,P_{t+\Delta} = \overline{R} \vee S\,\overline{R\,Q_t} = \overline{R} \vee S\,(\overline{R} \vee \overline{Q_t}) \\
&= \overline{R} \vee S\,\overline{R} \vee S\,\overline{Q_t} = \overline{R} \vee S\,\overline{Q_t}
\end{aligned}
$$

Analyse der bi-stabilen NAND-Kippstufe

2. Fall unteres NAND-Gatter schneller

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	$\overline{P_t}$	1	0
1	0	0	1	0	1
1	1	P_t	$\overline{P_t}$	P_t	$\overline{P_t}$



$$
\begin{aligned}
P_{t+2\Delta} &= \overline{R\,Q_{t+2\Delta}} = \overline{R} \vee \overline{Q_{t+2\Delta}} = \overline{R} \vee \overline{\overline{S\,P_{t+\Delta}}} \\
&= \overline{R} \vee S\,P_{t+\Delta} = \overline{R} \vee S\,\overline{R\,Q_{t+\Delta}} = \overline{R} \vee S\left(\overline{R} \vee \overline{Q_{t+\Delta}}\right) \\
&= \overline{R} \vee S\,\overline{R} \vee S\,\overline{Q_{t+\Delta}} = \overline{R} \vee S\,\overline{Q_{t+\Delta}} = \overline{R} \vee S\,\overline{\overline{S\,P_t}} \\
&= \overline{R} \vee S\,S\,P_t = \overline{R} \vee S\,P_t
\end{aligned}
$$

Fazit zum Ausgang P der bi-stabilen NAND-Kippstufe

1. Fall oberes NAND-Gatter schneller
   $P_{t+2\Delta} = \overline{R} \vee S\,\overline{Q_t}$
2. Fall unteres NAND-Gatter schneller
   $P_{t+2\Delta} = \overline{R} \vee S\,P_t$

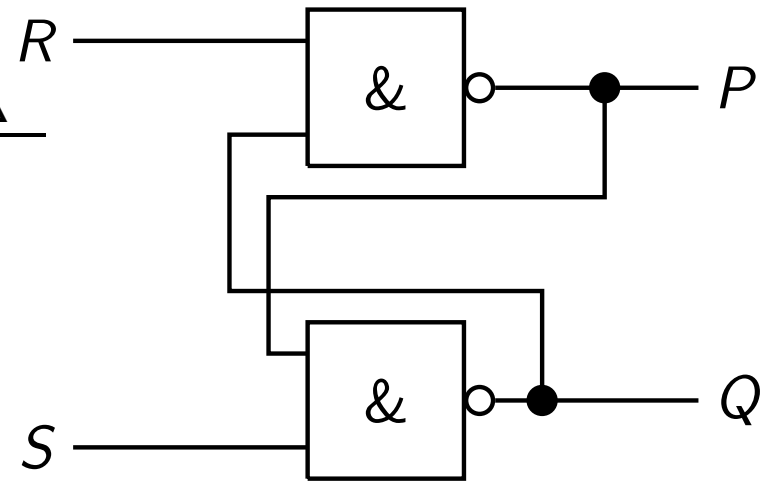
Beobachtung Wenn $P_t = \overline{Q_t}$, ist das Verhalten an P_t stabil, also von den Schaltzeiten der Gatter unabhängig.

Was ist mit dem anderen Ausgang?

Analyse der bi-stabilen NAND-Kippstufe

1. Fall oberes NAND-Gatter schneller

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	$\overline{Q_t}$	1	0	0
1	1	$\overline{Q_t}$	Q_t	$\overline{Q_t}$	Q_t

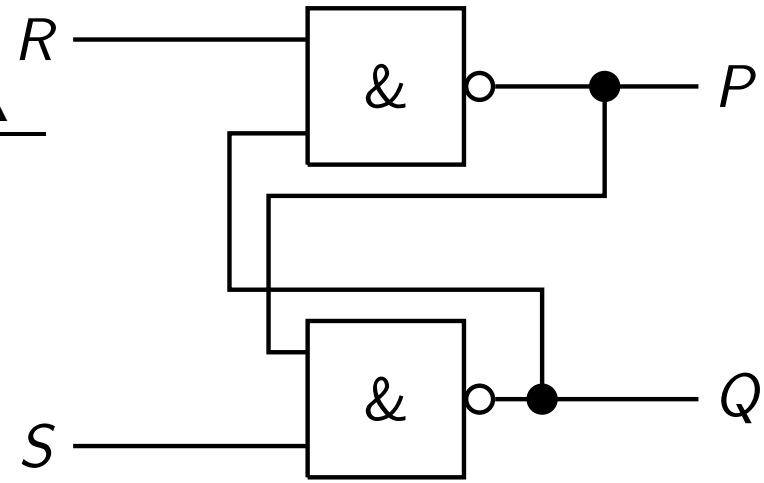


$$
\begin{aligned}
Q_{t+2\Delta} &= \overline{S\,P_{t+2\Delta}} = \overline{S} \vee \overline{P_{t+2\Delta}} = \overline{S} \vee \overline{\overline{R\,Q_{t+\Delta}}} \\
&= \overline{S} \vee R\,Q_{t+\Delta} = \overline{S} \vee R\,\overline{S\,P_{t+\Delta}} = \overline{S} \vee R\left(\overline{S} \vee \overline{P_{t+\Delta}}\right) \\
&= \overline{S} \vee R\,\overline{S} \vee R\,\overline{P_{t+\Delta}} = \overline{S} \vee R\,\overline{P_{t+\Delta}} = \overline{S} \vee R\,\overline{\overline{R\,Q_t}} \\
&= \overline{S} \vee R\,R\,Q_t = \overline{S} \vee R\,Q_t
\end{aligned}
$$

Analyse der bi-stabilen NAND-Kippstufe

2. Fall unteres NAND-Gatter schneller

R_t	S_t	$P_{t+\Delta}$	$Q_{t+\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	$\overline{P_t}$	1	0
1	0	0	1	0	1
1	1	P_t	$\overline{P_t}$	P_t	$\overline{P_t}$



$$
\begin{aligned}
Q_{t+2\Delta} &= \overline{S\,P_{t+\Delta}} = \overline{S} \vee \overline{P_{t+\Delta}} = \overline{S} \vee \overline{\overline{R\,Q_{t+\Delta}}} \\
&= \overline{S} \vee R\,Q_{t+\Delta} = \overline{S} \vee R\,\overline{S\,P_t} = \overline{S} \vee R\left(\overline{S} \vee \overline{P_t}\right) \\
&= \overline{S} \vee R\,\overline{S} \vee R\,\overline{P_t} = \overline{S} \vee R\,\overline{P_t}
\end{aligned}
$$

Fazit der Analyse der bi-stabilen NAND-Kippstufe

1. Fall oberes NAND-Gatter schneller
   $P_{t+2\Delta} = \overline{R} \vee S\,\overline{Q_t}$
   $Q_{t+2\Delta} = S \vee R\,Q_t$
2. Fall unteres NAND-Gatter schneller
   $P_{t+2\Delta} = \overline{R} \vee S\,P_t$
   $Q_{t+2\Delta} = S \vee R\,\overline{P_t}$

also Wenn $Q_t = \overline{P_t}$, so ist das Verhalten stabil, von den Schaltzeiten der Gatter unabhängig.

also Forderung $P_t \neq Q_t$

Wertetabelle bi-stabile NAND-Kippstufe

		oberes Gatter schneller		unteres Gatter schneller	
R_t	S_t	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1
1	1	$\overline{Q_t}$	Q_t	P_t	$\overline{P_t}$

Beobachtung Wir müssen nur $R = S = 0$ ausschließen.

R_t	S_t	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	P_t	$\overline{P_t}$

- $(R, S) = (0, 1)$ setzt $P = 1$
- $(R, S) = (1, 0)$ setzt $P = 0$
- $(R, S) = (1, 1)$ lässt P unverändert

Fazit Bi-stabile NAND-Kippstufe realisiert 1-Bit-Speicher!

Erstes Fazit zu sequenziellen Schaltungen

Bi-stabile NAND-Kippstufe realisiert 1-Bit-Speicher.

also

- Kreise in „Schaltnetzen“ manchmal sinnvoll
- neue Funktionalität
- Analyse schwierig

Wunsch strukturierter Entwurf

Automaten

Wunsch formales Modell eines Automaten

Was ist überhaupt ein Automat?

Beispiele

- Getränke-Automat
- einfache Ampelsteuerung
- Steuerung einer Waschmaschine

Gegenbeispiele

- Geldspielautomat
  wegen der Zufalls-Komponente
- Computer
  zu komplex
- Mensch
  für uns nicht formal beschreibbar

Automatenmodell

Grobbeschreibung

- verarbeitet eine Eingabe
- erzeugt eine Ausgabe
- ist in einem Zustand
- arbeitet in Takten
- arbeitet deterministisch (exakt vorhersagbar)

jetzt exakte, formale Beschreibung

Definition Mealy-Automat

Definiton 19

Ein Mealy-Automat $M = (Q, q_0, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda)$ ist definiert durch:

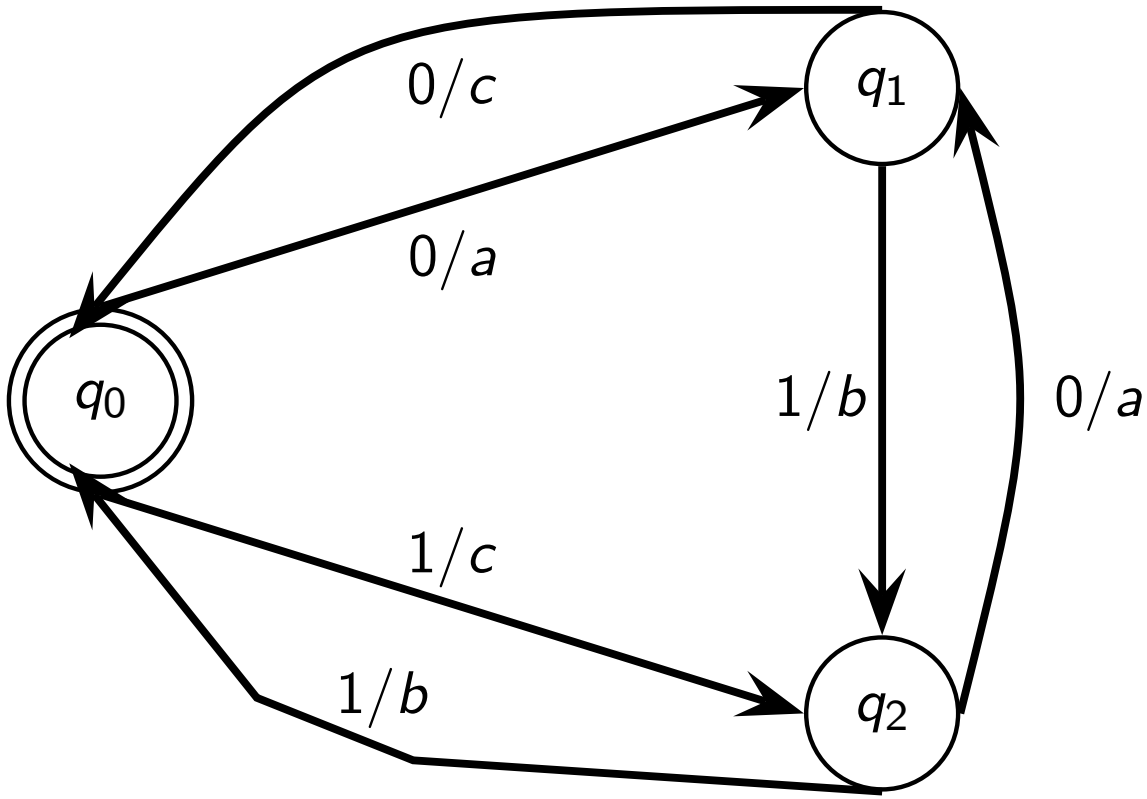
- endliche Zustandsmenge Q
- Startzustand $q_0 \in Q$
- endliches Eingabealphabet Σ
- endliches Ausgabealphabet Δ
- Zustandsüberführungsfunktion $\delta\colon Q \times \Sigma \to Q$
- Ausgabefunktion $\lambda\colon Q \times \Sigma \to \Delta \cup \{\varepsilon\}$

In einem Takt mit aktuellem Zustand q und Eingabesymbol w

- schreibt der Automat $\lambda(q, w)$,
- wechselt der Automat in den Zustand $\delta(q, w)$.

Beispiel Mealy-Automat

$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$, $\Delta = \{a, b, c\}$



Eingabe 0 1 0 0 Ausgabe a b a c

Äquivalenz von Automaten

Definition

Zwei Mealy-Automaten heißen äquivalent, wenn sie für jede Eingabe $w \in \Sigma^*$ die gleiche Ausgabe $a \in \Delta^*$ erzeugen.

klar Äquivalente Automaten können unterschiedlich groß sein.

klar Man wünscht sich möglichst kleine Automaten.

Anmerkung Komplexer Problemkreis,
umfasst auch effiziente Minimierung von Automaten
$\Rightarrow$ Näher i.d. Theoretischen Informatik (GTI/TIfAI)

Hier: noch ein anderes (ähnliches!) Automaten-Modell

Definition Moore-Automat

Definiton 20

Ein Moore-Automat $M = (Q, q_0, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda)$ ist definiert durch:

- endliche Zustandsmenge Q
- Startzustand $q_0 \in Q$
- endliches Eingabealphabet Σ
- endliches Ausgabealphabet Δ
- Zustandsüberführungsfunktion $\delta\colon Q \times \Sigma \to Q$
- Ausgabefunktion $\lambda\colon Q \to \Delta \cup \{\varepsilon\}$

In einem Takt mit aktuellem Zustand q und Eingabesymbol w

- schreibt der Automat $\lambda(\delta(q, w))$,
- wechselt der Automat in den Zustand $\delta(q, w)$.

Unterschied zum Mealy-Automaten: Ausgabe $\leftrightarrow$ Zustand

Mealy- und Moore-Automaten

Beobachtung Zu jedem Moore-Automaten gibt es einen äquivalenten Mealy-Automaten.

denn zu Moore-Automat $A = (Q, q_0, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda)$
ist Mealy-Automat $A' = (Q, q_0, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda')$
mit $\lambda'(q, w) := \lambda(\delta(q, w))$
offensichtlich äquivalent

Beobachtung Zu jedem Mealy-Automaten gibt es eine äquivalenten Moore-Automaten.

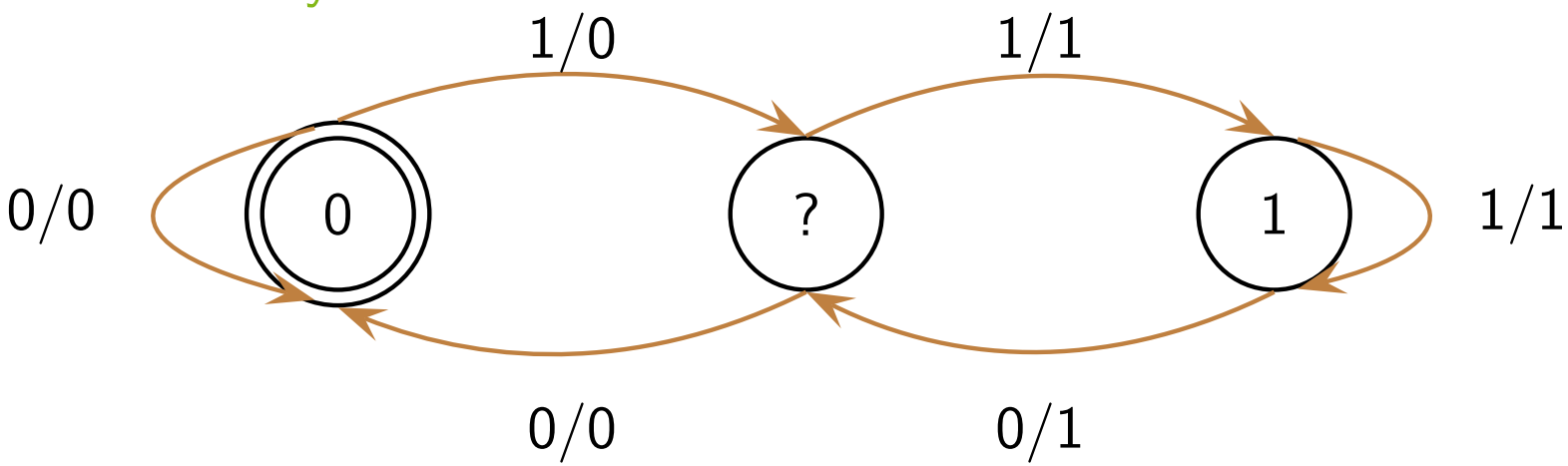
denn zu Mealy-Automaten $A = (Q, q_0, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda)$
ist Moore-Automat $A' = (Q', q_0', \Sigma, \Delta, \delta', \lambda')$
mit $Q' := Q \times (\Delta \cup \{\varepsilon\})$, $q_0' := (q_0, \varepsilon)$,
$\delta'(q', w) = \delta'((q, v), w) := (\delta(q, w), \lambda(q, w))$,
$\lambda(\delta(q', w)) = \lambda'((q, v)) := v$
offensichtlich äquivalent

Einfacher Beispiel-Automat

Aufgabe einfache „Datenglättung“
Filtere isolierte Bits aus Datenstrom aus.

klar $\Sigma := \{0, 1\},\ \Delta := \{0, 1\}$

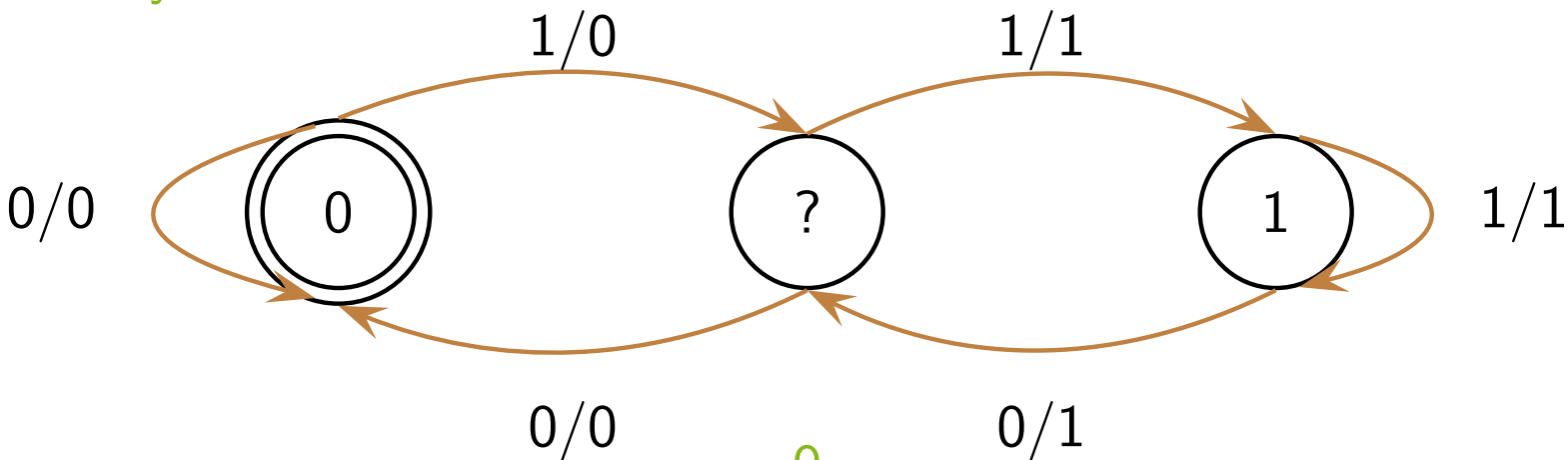
Mealy-Automat



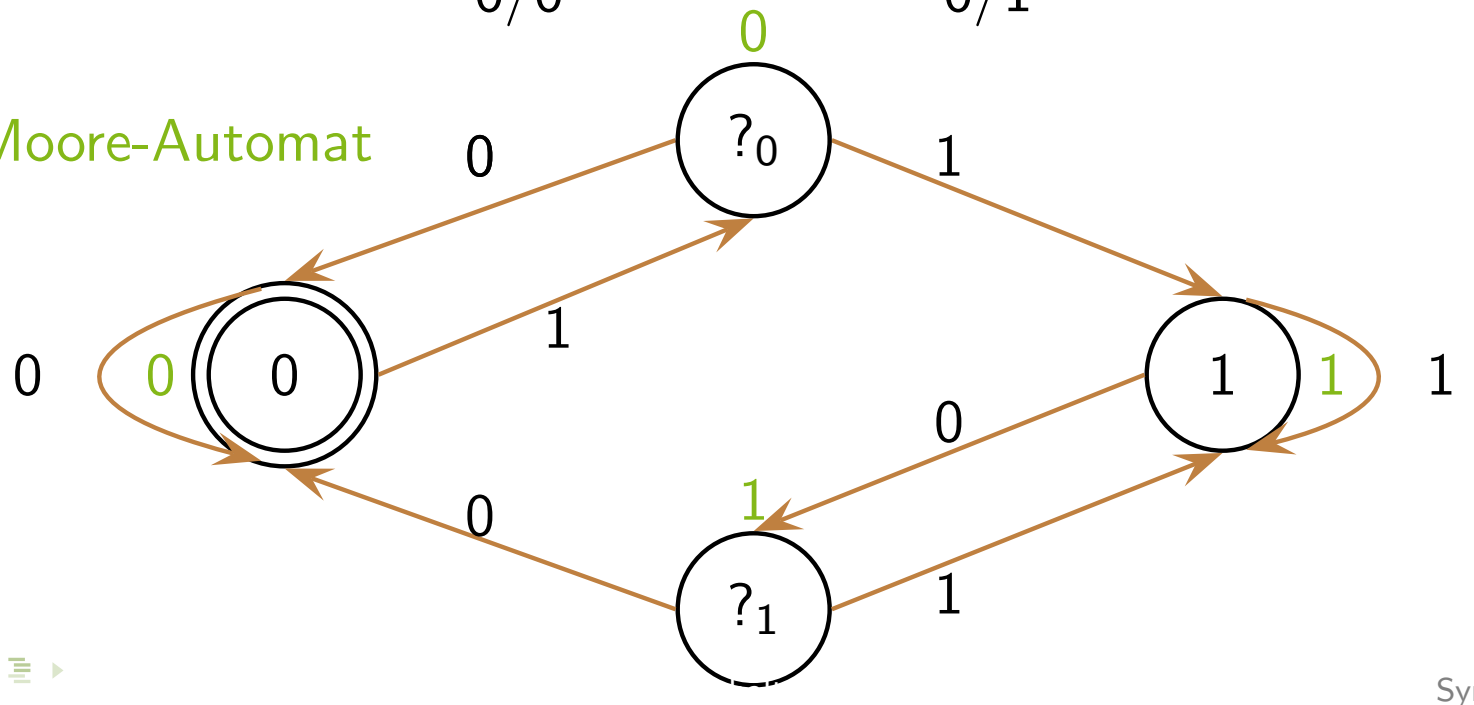
übrigens $Q := \{0, 1, ?\},\ q_0 := 0$

Äquivalente Automaten „Bit-Filter“

Mealy-Automat

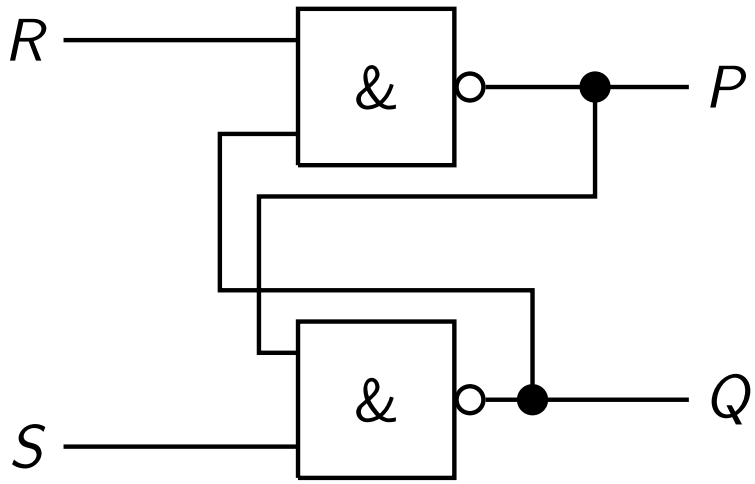


Moore-Automat

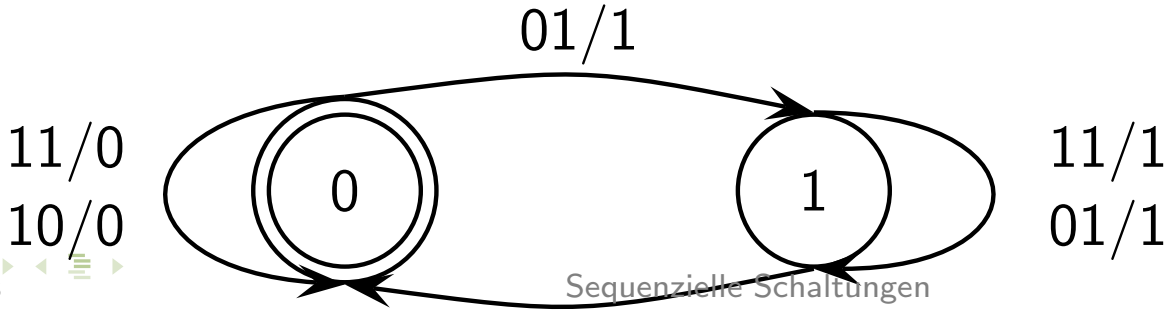


Automaten und Schaltungen: Synchrone Schaltwerke

Erinnerung bi-stabile NAND-Kippstufe



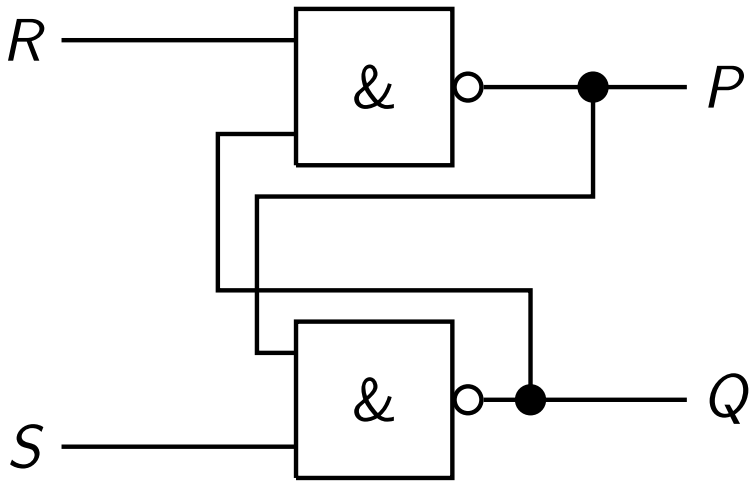
R_t	S_t	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	P_t	$\overline{P_t}$



$$Q = \{0, 1\},\ q_0 = 0$$
$$\Sigma = \{01, 10, 11\}$$
$$\Delta = \{0, 1\}$$

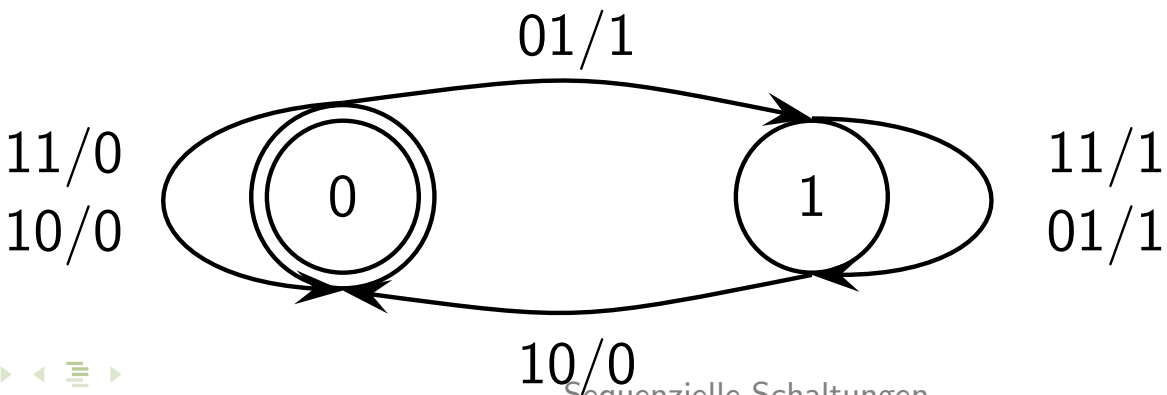
Vergleich Automat und NAND-Kippstufe

nicht getaktet



R_t	S_t	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	P_t	$\overline{P_t}$

getaktet



$Q = \{0, 1\},\ q_0 = 0$
$\Sigma = \{01, 10, 11\}$
$\Delta = \{0, 1\}$

Synchrone Schaltwerke

ab jetzt getaktete Schaltwerke

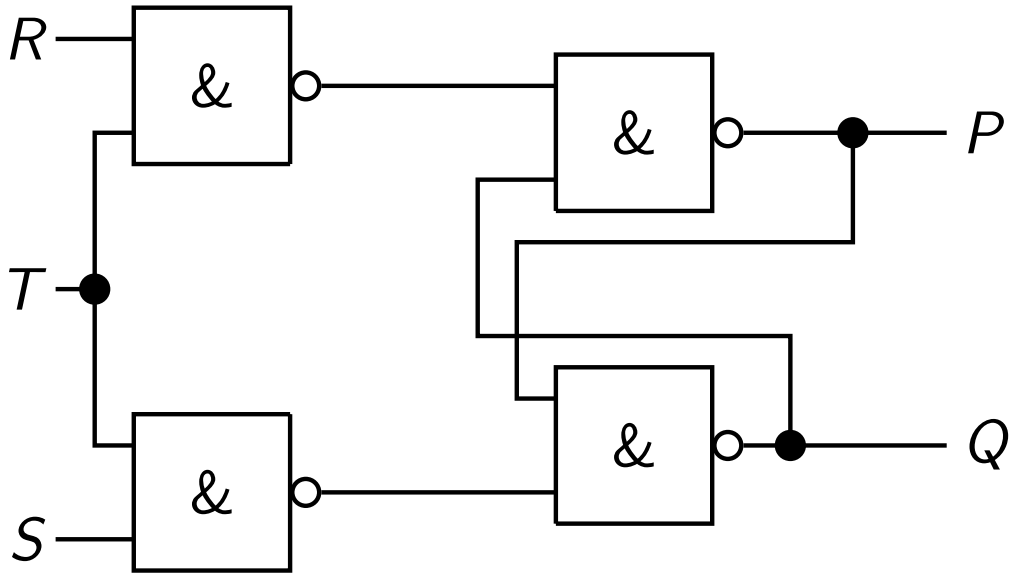
also Führe Taktsignal T ein

verschiedene technische Möglichkeiten

- Pegelsteuerung: aktiv, wenn 1 anliegt
- positive Flankensteuerung: aktiv, wenn Wechsel von 0 nach 1
- negative Flankensteuerung: aktiv, wenn Wechsel von 1 nach 0

digital-logische Ebene technisches Detail ignorieren

RS-Flip-Flop



R	S	Q
0	0	Q
0	1	1
1	0	0
1	1	nicht erlaubt

Zustandstabelle NAND-Kippstufe

R_t	S_t	$P_{t+2\Delta}$	$Q_{t+2\Delta}$
0	0	nicht erlaubt	
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	$\overline{Q_t}$	Q_t

Wertetabelle NAND

x	y	$\overline{x\,y}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0