

Rechnerstrukturen im WS 2011/2012
Übungsblatt 5

Aufgabe 1 (Optimierung von Schaltnetzen) (4 Punkte)

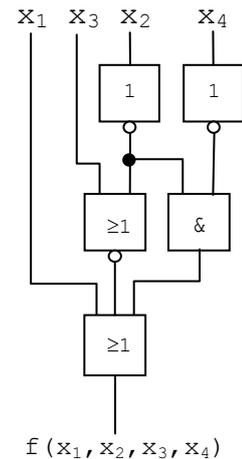
a) In jeder der vier unten stehenden Zeilen ist eine andere Funktion $f : \{0, 1\}^3 \rightarrow \{0, 1\}$ angegeben. Geben Sie jeweils an, ob es sich um ein Monom, ein Polynom, ein Minimalpolynom, eine disjunktive Normalform (DNF) oder eine konjunktive Normalform (KNF) handelt. Kreuzen Sie bitte genau alle zutreffenden Begriffe an. (Mehrfachnennungen sind möglich)

- | | | | | | |
|--|--------------------------------|----------------------------------|---|------------------------------|------------------------------|
| x_1 | <input type="checkbox"/> Monom | <input type="checkbox"/> Polynom | <input type="checkbox"/> Minimalpolynom | <input type="checkbox"/> DNF | <input type="checkbox"/> KNF |
| $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (\overline{x_1} \wedge \overline{x_2} \wedge x_3)$ | <input type="checkbox"/> Monom | <input type="checkbox"/> Polynom | <input type="checkbox"/> Minimalpolynom | <input type="checkbox"/> DNF | <input type="checkbox"/> KNF |
| $(x_2 \wedge x_3) \vee (\overline{x_2} \wedge x_3)$ | <input type="checkbox"/> Monom | <input type="checkbox"/> Polynom | <input type="checkbox"/> Minimalpolynom | <input type="checkbox"/> DNF | <input type="checkbox"/> KNF |
| $\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}$ | <input type="checkbox"/> Monom | <input type="checkbox"/> Polynom | <input type="checkbox"/> Minimalpolynom | <input type="checkbox"/> DNF | <input type="checkbox"/> KNF |

b) Das rechts abgebildete Schaltnetz definiert eine boolesche Funktion $f : \{0, 1\}^4 \rightarrow \{0, 1\}$. Sie sollen für diese Funktion ein Minimalpolynom entwickeln. Tragen Sie zunächst in das angegebene KV-Diagramm alle Einsen von f passend ein. Markieren Sie dann das KV-Diagramm so, dass Sie alle Primimplikanten ablesen können und notieren Sie alle Primimplikanten rechts des KV-Diagramms. Ziehen Sie von jeder Markierung im KV-Diagramm zum zugehörigen Primimplikanten eine Verbindungslinie. Achten Sie dabei darauf, dass Ihre Lösung leserlich bleibt.

KV-Diagramm:

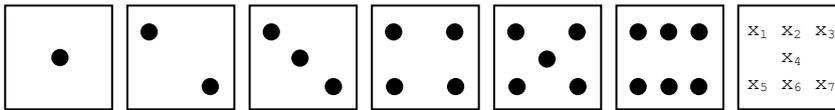
f		x_1	x_2	
	00	01	11	10
00				
01				
$x_3 \ x_4$				
11				
10				



Geben Sie hier ein Minimalpolynom von f an.

Aufgabe 2 (Anwendungsaufgabe) (4 Punkte)

Darstellung eines Würfels mit sieben Leuchtdioden (LED).



a) Kodieren Sie die Werte (0..6) des Würfels binär ($b_2 b_1 b_0$) in einer Tabelle. Kodieren Sie die Tabelle $x_1 \dots x_7$ so, dass eine leuchtende LED jeweils durch eine 1 und eine dunkle LED durch eine 0 dargestellt wird. Der dezimale Wert 0 bedeutet, dass noch nicht gewürfelt wurde und alle LEDs dunkel sind.

Wert	b_2	b_1	b_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1										
2										
3										
4										
5										
6										

b) Stellen Sie die minimierten booleschen Funktionen $x_i = f(b_j)$ auf ($i=1..7, j=0..2$). Sie können die Funktionen nach einem Verfahren Ihrer Wahl minimieren. Geben Sie Ihr gewähltes Verfahren an.

c) Ergänzen Sie den nachstehenden Schaltplan so, dass sich eine funktionierende Würfelschaltung ergibt. (b_0 ist als Hilfe vorgegeben)



Aufgabe 3 (Algorithmus von Quine und McCluskey) (4 Punkte)

Die Funktion $f: B^4 \rightarrow B$ auf den Variablen a, b, c, d sei durch den Wertevektor F definiert. (Hinweis: d sei die niederwertigste Stelle)

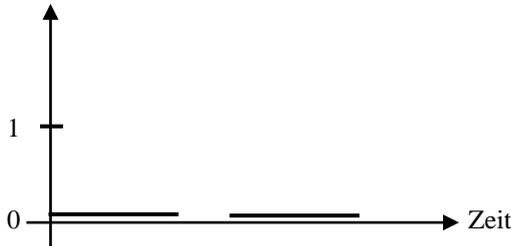
$$F = (0,0,1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,1,0,0,0)$$

Berechnen Sie alle Primimplikanten von f mittels des Algorithmus von Quine und McCluskey. Geben Sie alle Mengen L_i an und kennzeichnen Sie Implikanten, die in Zeile 5 des Algorithmus in der Menge PI eingeordnet werden. Erstellen Sie die PI -Tafel und geben Sie ein Minimalpolynom an.

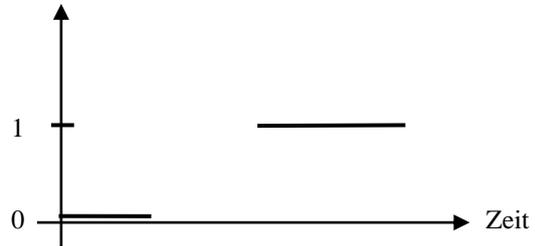
Aufgabe 4 (Hazards) (4 Punkte)

a) Geben Sie den zeitlichen Funktionsverlauf (Null- und Einspegel) eines Schaltnetzes mit einem Ausgang bei einem statischen und bei einem dynamischen Hazard graphisch wieder. Ergänzen Sie dazu die Grafiken.

statischer Hazard:



dynamischer Hazard:



b) Die Funktion $f(x_1, x_2, x_3, x_4): B^4 \rightarrow B$ sei durch den Wertevektor F definiert.

$$F = (1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1)$$

Überprüfen Sie, ob bei den 3 angegebenen Eingabewechseln ein Funktionshazard vorliegt. Wenn einer vorliegt, geben Sie den Typ (statisch oder dynamisch) an sowie die Eingaben, die ihn erzeugen.

Hinweis: Verwenden Sie das KV-Diagramm

1. (1011, , 1100)
2. (0011, , 1011)
3. (1000, , 0001)

		$x_1 \ x_2$			
	f	00	01	11	10
$x_3 \ x_4$	00				
	01				
	11				
	10				

c) Wie lassen sich in einem Schaltnetz einer booleschen Funktion Schaltungshazards vermeiden?

Die Abgaben sollen bis Mittwoch, den 16. November 2011 um 18.00 Uhr in die Briefkästen im Pavillon 6 eingeworfen werden. Bitte Name (bei einem 3er-Team alle), Matrikel- und Gruppennummer oben auf der ersten Seite der Lösungen angeben.