

# Übungsblatt 5 (Block B - 1)

(16 Punkte)

**Abgabe bis spätestens Mittwoch, 25. November 2015, 16:00 Uhr**  
**Besprechung ab Montag, 30. November 2015**

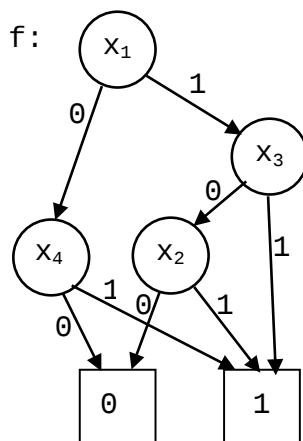
**Hinweise zur Abgabe der Übungsblätter finden Sie am Ende des Dokuments**

## 5.1 Optimierung von Schaltnetzen (4 Punkte)

- a. In jeder der vier unten stehenden Zeilen ist eine andere Funktion  $g : B^3 \rightarrow B^1$  angegeben. Entscheiden Sie jeweils, ob es sich bei den Funktionen um ein Monom, ein Polynom, ein Minimalpolynom, eine disjunktive Normalform (DNF) oder eine konjunktive Normalform (KNF) handelt. Kreuzen Sie bitte in jeder Zeile alle auf die Funktion zutreffenden Begriffe an.

Funktion	Monom	Polynom	Minimalpolynom	DNF	KNF
$(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (\bar{x}_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_3)$					
$x_2 \wedge x_3$					
$(x_2 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee \bar{x}_3)$					
$x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3$					

- b. Es sei die boolsche Funktion  $f : B^4 \rightarrow B^1$  über den Variablen  $x_1, x_3, x_2, x_4$  durch das unten stehende  $\pi$ OBDD gegeben. Bestimmen Sie ein zu dieser Funktion gehörendes Minimalpolynom. Tragen Sie dazu zunächst alle Einsen in das gegebene KV-Diagramm passend ein. Markieren Sie danach im KV-Diagramm alle Primimplikanten und notieren Sie diese neben dem KV-Diagramm. Ordnen Sie schließlich alle Primimplikanten einer der Markierungen im KV-Diagramm eindeutig zu, z.B. mit Hilfe von Farben, Verbindungslinien o.ä. Achten Sie darauf, dass Ihre Lösung leserlich bleibt. Sie können selbstverständlich auch ein neues KV-Diagramm auf ein anderes Blatt zeichnen, falls Sie mehr Platz benötigen.



f		$x_1$	$x_2$	
	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

- c. Geben Sie ein Minimalpolynom für die Funktion  $f$  aus Teilaufgabe b) an.

## 5.2 Praktische Anwendung der Optimierung von Schaltnetzen (4 Punkte)

Sie kaufen eine Lichterkette mit 7 nebeneinander angeordneten Leuchtdioden (LEDs)  $x_1, \dots, x_7$ . Mit diesen 7 LEDs können verschiedene Muster dargestellt werden. Da bald Weihnachten ist, wollen Sie mit Hilfe der Lichterkette einen stilisierten Weihnachtsbaum darstellen. Dafür benötigen Sie die folgenden Leuchtzustände, die Sie der Einfachheit halber anhand der Anzahl der leuchtenden LEDs mit  $0, 1, \dots, 7$  bezeichnen.

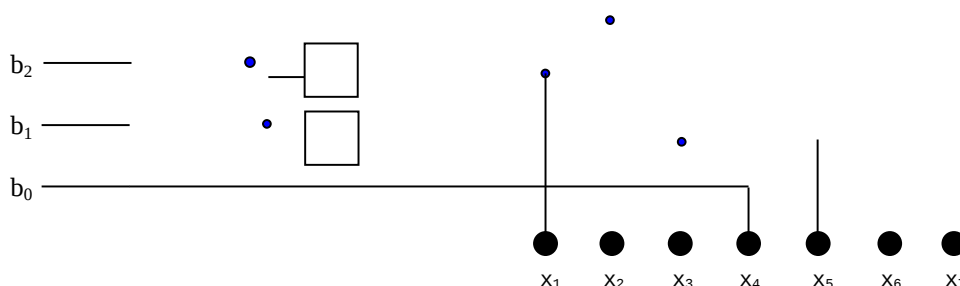
LED	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$
alle aus	○	○	○	○	○	○	○
	○	○	○	●	○	○	○
	○	○	●	○	●	○	○
	○	○	●	●	●	○	○
	○	●	●	○	●	●	○
	○	●	●	●	●	●	○
	●	●	●	○	●	●	●
alle an	●	●	●	●	●	●	●

Um den stilisierten Weihnachtsbaum zu erhalten wollen Sie mit Hilfe eines Taktgebers dafür sorgen, dass die Zustände  $0, 1, \dots, 7$  in aufsteigender Reihenfolge dargestellt werden, also von oben nach unten. Der Taktgeber zählt die Zahlen von 0 bis 7 durch und kann diese binär über 3 Leitungen ( $b_2, b_1, b_0$ ) ausgeben. Mit dieser Ausgabe wollen Sie die LEDs ansteuern.

- a. Kodieren Sie die Zustände  $0, 1, \dots, 7$  der LEDs binär anhand der 3 Eingänge  $b_2, b_1, b_0$  in der unten stehenden Tabelle. Eine leuchtende LED soll mit einer 1 und eine nicht leuchtende LED mit einer 0 kodiert werden. Im Zustand 0 sind alle LEDs aus, im Zustand 7 sind alle LEDs an.

Zustand	$b_2$	$b_1$	$b_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1							
2	0	1	0			1	0	1		
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

- b. Bestimmen Sie die minimierten booleschen Funktionen  $f_i(b_2, b_1, b_0) = x_i$  für  $i = 1, \dots, 7$ , die jeweils das Verhalten von  $x_i$  in Abhängigkeit von den drei Eingangsvariablen  $b_2, b_1$  und  $b_0$  beschreiben.
- c. Ergänzen Sie den nachstehenden Schaltplan so, dass die verschiedenen für die Weihnachtsbaumschaltung benötigten Zustände abhängig von der Eingabe richtig angesteuert werden.



### 5.3 Algorithmus von Quine und McCluskey (4 Punkte)

Es sei die Funktion  $f : B^4 \rightarrow B^1$  auf den Variablen  $a, b, c, d$  durch den folgenden Wertevektor gegeben:

$$F = (1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)$$

Berechnen Sie mit Hilfe des Algorithmus von Quine und McCluskey alle Primimplikanten von  $f$ . Geben Sie alle Mengen  $L_i$  an und kennzeichnen Sie die Implikanten, die im entsprechenden Schritt vom Algorithmus in die Menge der Primimplikanten PI eingeordnet werden. Erstellen Sie die PI-Tafel und geben Sie ein Minimalpolynom an.

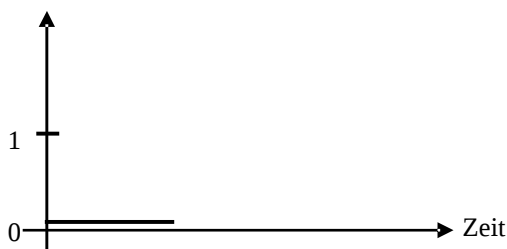
Zur Bestimmung der Implikanten in der Menge  $L_0$  können Sie die folgende Tabelle benutzen.

Vektorposition	a	b	c	d	Wert	kurz
0	0	0	0	0	1	$\bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}$
1	0	0	0	1	1	$\bar{a}\bar{b}\bar{c}d$
2	0	0	1	0	1	$\bar{a}\bar{b}c\bar{d}$
3	0	0	1	1	1	$\bar{a}\bar{b}cd$
13	1	1	0	1	0	$ab\bar{c}d$
14	1	1	1	0	1	$abc\bar{d}$
15	1	1	1	1	1	$abcd$

### 5.4 Hazards (4 Punkte)

- a. Geben Sie den zeitlichen Funktionsverlauf (Null- und Einspegel) eines Schaltnetzes mit einem Ausgang für einen statischen und für einen dynamischen Hazard grafisch wieder. Ergänzen Sie dazu die beiden folgenden Zeitdiagramme:

statischer Hazard:



dynamischer Hazard:



b. Die Funktion  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) : B^4 \rightarrow B^1$  sei durch den Vektor  $F = (1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1)$  definiert.

Überprüfen Sie, ob bei den vier angegebenen Eingabewechseln ein Funktionshazard vorliegt. Falls einer vorliegt, geben Sie an, ob es sich um einen statischen oder einen dynamischen Hazard handelt und durch welche Eingaben dieser erzeugt werden kann (also den "Weg" auf dem der Hazard entstehen kann). Nutzen Sie dafür das KV-Diagramm.

f		X <sub>1</sub>		X <sub>2</sub>	
		00	01	11	10
X <sub>3</sub> X <sub>4</sub>	00				
	01				
	11				
	10				

1. (1011, ..., 1100)
2. (0011, ..., 1011)
3. (1111, ..., 1001)
4. (1000, ..., 0001)

**Hinweise:**

Die Abgaben sollen bis Mittwoch, 25. November 2015, 16:00 Uhr in die Briefkästen in der Otto-Hahn-Straße 12 eingeworfen werden.

Die Briefkästen finden Sie in der ersten Etage der Otto-Hahn-Straße 12 am Übergang zum Erdgeschoss der Otto-Hahn-Straße 14. Die Briefkästen sind mit dem Namen der Veranstaltung, der Gruppennummer sowie Zeit und Ort der Übung gekennzeichnet.

Schreiben Sie unbedingt Ihren **Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und Ihre **Gruppennummer rechts oben** auf Ihre Abgabe. Sie dürfen als Team mit bis zu zwei weiteren Personen abgeben. Geben Sie dann nur eine einzige Lösung ab und schreiben Sie alle Namen und Matrikelnummern des Teams auf die gemeinsame Abgabe.

Heften Sie die Abgabe zusammen. (Tacker oder notfalls Büroklammer). Falten Sie aber nicht ihre Abgabe. Stecken Sie die Abgabe nicht in einen Umschlag. Benutzen Sie den richtigen Briefkasten. Dazu benötigen Sie ihre Gruppennummer.

Es gibt insgesamt 12 Übungsblätter, die in 3 Blöcke (A, B, C) aufgeteilt sind. In jedem Block müssen Sie 30 Punkte von 64 möglichen Punkten erreichen, um zur Prüfung zugelassen zu werden.