

Übungsblatt 5 (Block B - 1)

(16 Punkte)

Abgabe bis spätestens Mittwoch, 13. November 2019, 16:00 Uhr.
Besprechung ab Montag, 18. November 2019.

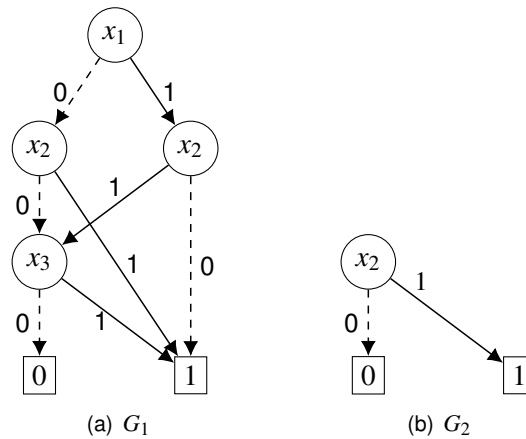
Hinweise zur Abgabe der Übungsblätter finden Sie am Ende des Dokuments

5.1 OBDD-Synthese (4 Punkte)

OBDD-Synthese bezeichnet ein Verfahren, um aus zwei gegebenen π OBDD G_g und G_h , die jeweils eine logische Funktion f_g bzw. f_h repräsentieren, und einer logischen Verknüpfung \otimes , ein kombiniertes π OBDD G_k zu erstellen, welches die logische Funktion $f_g \otimes f_h$ darstellt.

Den entsprechenden Algorithmus können Sie sich intuitiv herleiten oder im Skript Teil 1¹ auf Seite 39f. finden.

- Berechnen Sie in dieser Aufgabe für die beiden gegebenen π OBDD G_1 und G_2 für die beiden Funktionen f_1 und f_2 , beide mit $\pi = (x_1, x_2, x_3, x_4)$, das synthetisierte π OBDD G_3 , welches die Funktion $f_1 \wedge f_2$ repräsentiert.
- Geben Sie eine (sinnvolle) obere Schranke für die Laufzeit des Algorithmus in Abhängigkeit von der Variablenordnung $\pi = (x_1, \dots, x_n)$ an und begründen Sie diese Schranke.



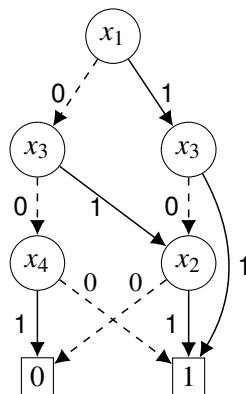
5.2 Optimierung von Schaltnetzen (4 Punkte)

- In jeder der vier unten stehenden Zeilen ist eine andere Funktion $g : B^3 \rightarrow B^1$ angegeben. Entscheiden Sie jeweils, ob es sich bei den Funktionen um ein Monom, ein Polynom, ein Minimalpolynom, eine disjunktive Normalform (DNF) oder eine konjunktive Normalform (KNF) handelt. Kreuzen Sie bitte in jeder Zeile alle auf die Funktion zutreffenden Begriffe an.

Funktion	Monom	Polynom	Minimalpolynom	DNF	KNF
$\bar{x}_1 \wedge x_2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$(\bar{x}_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_3) \vee (\bar{x}_1 \wedge x_2 \wedge x_3)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

¹<http://patrec.cs.tu-dortmund.de/lectures/WS12/rechnerstrukturen/rs-skript1.pdf>

- b. Es sei die boolesche Funktion $f : B^4 \rightarrow B^1$ über den Variablen x_1, x_3, x_2, x_4 durch das unten stehende π OBDD gegeben. Tragen Sie dazu zunächst alle Einsen in das gegebene KV-Diagramm passend ein. Markieren Sie danach im KV-Diagramm alle Primimplikanten und notieren Sie diese neben dem KV-Diagramm. Ordnen Sie schließlich alle Primimplikanten einer der Markierungen im KV-Diagramm eindeutig zu, z.B. mit Hilfe von Farben, Verbindungslinien o.ä. Achten Sie darauf, dass Ihre Lösung leserlich bleibt. Sie können selbstverständlich auch ein neues KV-Diagramm auf ein anderes Blatt zeichnen, falls Sie mehr Platz benötigen.



f		X ₁		X ₂	
		00	01	11	10
X ₃ X ₄	00				
	01				
	11				
	10				

- c. Geben Sie ein Minimalpolynom für die Funktion f aus Teilaufgabe b) an.

5.3 KV-Diagramme (4 Punkte)

Im folgenden seien die Funktionen $f_1, f_2 : B^4 \rightarrow B$ jeweils durch ihre Wertevektoren definiert. Zeichnen Sie die zugehörigen KV-Diagramme, bestimmen Sie mit deren Hilfe jeweils ALLE Primimplikanten der Funktionen und geben Sie die entsprechenden Monome an.

- a. $f_1(x_1, x_2, x_3, x_4)$ sei gegeben durch: (0,0,1,0, 0,0,1,0, 0,0,1,0, 1,1,1,1)
- b. $f_2(x_1, x_2, x_3, x_4)$ sei gegeben durch: (1,0,1,0, 1,1,1,1, 0,1,1,1, 0,1,0,1)

5.4 Praktische Anwendung der Optimierung von Schaltnetzen (4 Punkte)

Sie kaufen eine Lichterkette mit 7 nebeneinander angeordneten Leuchtdioden (LEDs) y_0, \dots, y_6 . Mit diesen 7 LEDs können verschiedene Muster dargestellt werden. Da bald Weihnachten ist, wollen Sie mit Hilfe der Lichterkette einen stilisierten Weihnachtsbaum darstellen. Dafür benötigen Sie die folgenden Leuchtzustände, die Sie der Einfachheit halber anhand der Anzahl der leuchtenden LEDs mit $0, 1, \dots, 7$ bezeichnen.

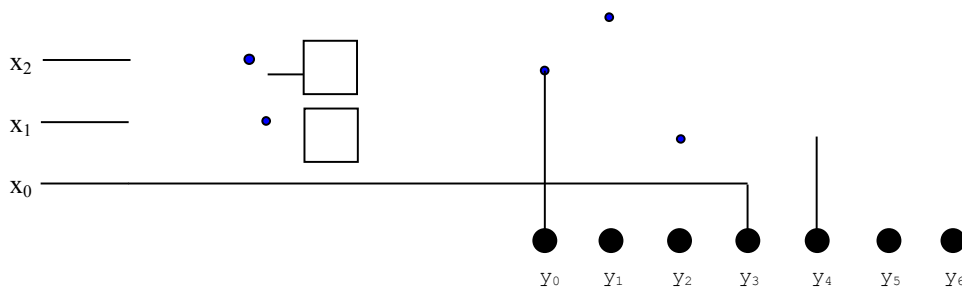
LED	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
alle aus	○	○	○	○	○	○	○
	○	○	○	●	○	○	○
	○	○	●	○	●	○	○
	○	○	●	●	●	○	○
	○	●	●	○	●	●	○
	○	●	●	●	●	●	○
	●	●	●	○	●	●	●
alle an	●	●	●	●	●	●	●

Um den stilisierten Weihnachtsbaum zu erhalten wollen Sie mit Hilfe eines Taktgebers dafür sorgen, dass die Zustände $0, 1, \dots, 7$ in aufsteigender Reihenfolge dargestellt werden, also von oben nach unten. Der Taktgeber zählt die Zahlen von 0 bis 7 durch und kann diese binär über drei Leitungen (x_2, x_1, x_0) ausgeben. Die Ausgabe vom Taktgeber kann als Eingabe zum Ansteuern der LEDs verwendet werden.

- a. Vervollständigen Sie die unten stehende Tabelle. Die drei Eingänge x_2, x_1, x_0 kodieren die acht Takt-Zustände $0, 1, \dots, 7$. Die Ausgabe y_0 bis y_6 soll den aktuellen Zustand der sieben LEDs kodieren. Eine leuchtende LED soll mit einer 1 und eine nicht leuchtende LED mit einer 0 kodiert werden. Im Takt-Zustand 0 sind alle LEDs aus, im Zustand 7 sind alle LEDs an.

Takt	x_2	x_1	x_0	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1							
2	0	1	0							
3	0	1	1							
4	1	0	0							
5	1	0	1							
6	1	1	0							
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

- b. Bestimmen Sie die sieben minimierten booleschen Funktionen $f_i(x_2, x_1, x_0) = y_i$ für $i = 0, \dots, 6$, die jeweils das Verhalten von der LED y_i in Abhängigkeit von den drei Eingangsvariablen x_2, x_1 und x_0 beschreiben.
- c. Ergänzen Sie den nachstehenden Schaltplan so, dass die verschiedenen für die Weihnachtsbaumschaltung benötigten Zustände abhängig von der Eingabe richtig angesteuert werden.



Hinweise:

Ihre Abgabe ist bis zum **Mittwoch, den 13. November 2019, 16:00 Uhr** in den entsprechenden Briefkasten der Otto-Hahn-Straße 12 einzuwerfen.

Die Briefkästen finden Sie in der ersten Etage der Otto-Hahn-Straße 12 am Übergang zum Erdgeschoss der Otto-Hahn-Straße 14. Die Briefkästen sind mit dem Namen der Veranstaltung, der Gruppennummer sowie der Zeit der Übung gekennzeichnet.

Innerhalb einer Übungsgruppe dürfen Sie Ihre Lösung als Team mit bis zu drei Personen abgeben. Schreiben Sie unbedingt alle **Namen, Matrikelnummern** sowie die **Gruppennummer**, der an der Abgabe beteiligten Personen, rechts oben auf die Abgabe.

Heften Sie die Abgabe bitte mit einem Tacker zusammen (ein Tacker hängt neben den Briefkästen). Bitte die Abgabe **nicht falten** und **keine Schnellhefter oder Umschläge** abgeben.

Es gibt insgesamt 12 Übungsblätter, die in 3 Blöcke (A, B, C) aufgeteilt sind. In jedem Block müssen Sie 30 Punkte von 64 möglichen Punkten erreichen, um zur Prüfung zugelassen zu werden.

HelpDesk Rechnerstrukturen:

Neben den Übungen bieten wir dieses Jahr auch einen speziellen RS Help Desk an. Der Help Desk kann Ihnen bei der Bearbeitung der Übungsaufgaben, der Klausurvorbereitung oder sonstigen vorlesungsrelevanten Problemen helfen. Weitere Information finden Sie auf folgender Seite: http://www.cs.tu-dortmund.de/nps/de/Studium/HelpCenter/HelpDesk_RS/index.html